



ISSN 2521-635X

*Volume 5  
Number 1*

**2021**

# Journal of Baku Engineering University

**MATHEMATICS AND  
COMPUTER SCIENCE**

Journal is published twice a year  
Number-1. June, Number-2. December

**An International Journal**

<http://journal.beu.edu.az>

## FOUNDER

*Havar Mammadov*

## EDITOR-IN-CHIEF

*Hamzaga Orucov*

## CO-EDITORS

*Agasi Melikov*

## EDITORIAL ADVISORY BOARD

*Abzeddin Adamov (Azerbaijan, ADA)*

*Agil Khanmamedov (Azerbaijan, Baku State University)*

*Alekber Aliyev (Azerbaijan, Baku State University)*

*Araz Aliyev (Azerbaijan, Azerbaijan State Oil and Industry University is a tertiary education institution in Baku,)*

*Gorbachuk Valentina Ivanovna (Ukraina, Academy of Science)*

*Hamdulla Aslanov (Azerbaijan, Academy of Science)*

*Ibrahim Nagiyev (Azerbaijan, Baku State University)*

*Rakib Efendiyev (Azerbaijan, Baku State University)*

*Sosnin Petr Ivanovich*

*(Russia, Ulyanovsk State Technical University)*

## INTERNATIONAL ADVISORY BOARD

*Abdeljalil Nachaoui (France, Nantes University)*

*Barış Erbaş (Anadolu University, Turkey)*

*Che Soong Kim (Koreya, Sangji University)*

*Chakib Abdelkrim (Morocco, Beni Mellal University)*

*Elshad Eyvazov (Azerbaijan, Baku State University)*

*Ekber Eliyev (Azerbaijan, National Academy of Science)*

*Garib Murshudov (York Academy, UK, London)*

*Golovko Vladimir Adamovich (Belarus, Brest State Universiteti)*

*Hamed Sari-Sarraf (USA, Texas Technik University)*

*Hari Srivastava (Canada, Victoria,)*

*Hidayyat Guseynov (Azerbaijan, Baku State University)*

*Jauberteau Francois (France, Nantes University)*

*Kamil Mansimov (Azerbaijan, Baku State University)*

*Ludmila Prikazchikova (Keele University, England)*

*Mourad Nachaoui (France, Nantes University)*

*Rasim Alikuliyev (Azerbaijan, National Academy of Science)*

*Tarasenko Vladimir Petrovich*

*(National Technical University of Ukraine)*

*Telman Aliyev (Azerbaijan, National Academy of Science)*

*Telman Malikov (Azerbaijan, National Academy of Science)*

*Vedat Coşkun (Turkiye, Işık University)*

*Vladimir B. Vasilyev (Russia, Lipetsk State Technical University)*

*Sabir Mirzayev (Azerbaijan, Baku State University)*

*Dimkov Mikhail Pakhomovich*

*(Belarus State Economic University)*

*Arquchintsev Alexander Valeryevich, (Irkutsk State University)*

## EXECUTIVE EDITORS

*Shafag Alizade*

## ASSISTANT EDITORS

*Svetlana Denmuhammedovna*

## DESIGN

*Ilham Aliyev*

## CONTACT ADDRESS

*Journal of Baku Engineering University*

*AZ0102, Khirdalan city, Hasan Aliyev str. 120, Absheron, Baku, Azerbaijan*

*Tel: 00 994 12 - 349 99 95 Fax: 00 994 12 349-99-90/91*

**e-mail:** [journal@beu.edu.az](mailto:journal@beu.edu.az)

**web:** <http://journal.qu.edu.az>

**facebook:** [Journal Of Baku Engineering University](#)

*Copyright © Baku Engineering University*

ISSN 2521-635X

ISSN 2521-635X



# **Journal of Baku Engineering University**

**MATHEMATICS AND  
COMPUTER SCIENCE**

**Baku - AZERBAIJAN**

# Journal of Baku Engineering University

## MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCE

2021. Volume 5, Number 1

### CONTENTS

**THE FIRST AND SECOND ORDER MOMENTS OF THE JOINT  
DISTRIBUTION FOR SEMI-MARKOV WALK PROCESS**

*E. A. Ibayev, K.K. Omarova* \_\_\_\_\_ 3

**YARIMOXDADA ISTILIKKEÇIRMƏ TƏNLİYİ ÜÇÜN BİR MƏSƏLƏNİN HƏLLİ**

*İsgəndərov Elvin Şahvələd oğlu* \_\_\_\_\_ 9

**АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИМИЗАЦИИ  
МУЛЬТИСЕРВИСНОЙ СИСТЕМЫ БЕЗ БУФЕРАЦИИ ЗАЯВОК**

*Фаттахова Мехрибан Иса кызы* \_\_\_\_\_ 17

**KVAZI XƏTLİ SƏRHƏD ŞƏRTLƏRİ DAXİLİNDƏ BİR SPEKTRAL  
MƏSƏLƏNİN MƏXSUSİ ƏDƏDLƏRİNİN ASİMTOTİKASININ TAPILMASI**

*S.Z Əhmədov, S.T. Ələsgərova, R.A. Qasimov* \_\_\_\_\_ 21

**DİFERENSİAL TUTUM DUYĞACININ REZONANS TEZLİKLƏRİNİN  
POZUCUNUN YAXINLAŞMASINDAN ASİLİLİYİNİN TƏDQİQİ**

*R.N. Nəbiyev, Q.İ. Qarayev, R.R. Rüstəmov* \_\_\_\_\_ 31

**BLOCKCHAINAND BIG DATA: AGREATMARRIAGE**

*E.Z.Huseynov, N.P.Hacıyev* \_\_\_\_\_ 39

**THE INTERNET OF THINGS (IOT)**

*E.Z. Huseynov, E.S. Gayibov* \_\_\_\_\_ 45

UDC 519.21

## THE FIRST AND SECOND ORDER MOMENTS OF THE JOINT DISTRIBUTION FOR SEMI-MARKOV WALK PROCESS

E. A. IBAYEV, K.K. OMAROVA

Azerbaijan National Academy of Sciences Institute of Control System

elshanibayev@gmail.com, omarovakonulk@gmail.com

### ABSTRACT

In this paper the Semi-Markovian random walk processes with negative drift and positive jumps is investigated. An integral equation for Laplace-Stieltjes transform of the joint distribution of the first reaching moment to any level and length of jump from the level this process is constructed. In particular, constructed integral equation is reduce to the fractional order differential equation in the class of gamma and exponential distributions. Fractional order differential equation is investigated. Explicit form of the Laplace-Stieltjes transform of the joint distribution is obtained. Finally forms of the mathematical expectation and variance of the joint distribution were received.

**Keywords:** Laplace-Stieltjes transform, random variable, semi-Markov random walk process, Weyl fractional derivative.

### ПЕРВЫЕ И ВТОРЫЕ ПОРЯДКОВЫЕ МОМЕНТЫ СОВМЕСТНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДЛЯ ПРОЦЕССА ПОЛУМАРКОВСКОГО БЛУЖДЕНИЯ

#### РЕЗЬЮМЕ

В данной статье исследованы процессы полумарковского блуждания с отрицательным сносом, положительными скачками. Для преобразования совместного распределения Лапласа-Стилтьеса с момента первого достижения этого процесса на какой-либо уровень до длины прохождения этого уровня построено интегральное уравнение. В частности, построенное интегральное уравнение, в классе Гамма и экспоненциального распределений, приводится в дифференциальное уравнение дробного порядка. Исследовано дифференциальное уравнение дробного порядка. Получена точная формула совместного распределения преобразования Лапласа-Стилтьеса. В конце, найдены формулы для математического ожидания и дисперсии совместного распределения.

**Ключевые слова:** Преобразование Лапласа-Стилтьеса, случайная величина, процесс полумарковского блуждания, интегральное уравнение, дробная производная Вейля.

### SEMİ-MARKOV DOLAŞMA PROSESİ ÜÇÜN BİRGƏ PAYLANMANIN BİRİNCİ VƏ İKİNCİ TƏRTİB MOMENTLƏRİ

#### XÜLASƏ

Məqalədə mənfi axınlı, müsbət sıçrayışlı semi-Markov dolaşma prosesi tədqiq olunmuşdur. Bu prosesin birinci dəfə hər hansı səviyyəyə çatma anı ilə bu səviyyəni nə qədər keçmənin uzunluğunun birgə paylanmasının Laplas-Stiltiyes çevirməsi üçün inteqral tənlik qurulmuşdur. Xüsusi halda eksponensial və Qamma paylanmalar sinfində qurulmuş inteqral tənlik kəsr tərtib törəmli diferensial tənliyə gətirilmişdir. Kəsr tərtib törəmli diferensial tənlik araşdırılmışdır. Birgə paylanmasının Laplas- Stiltiyes çevirməsi üçün dəqiq formul alınmışdır. Sonda birgə paylanma üçün riyazi gözləmə və dispersiyanın düsturları tapılmışdır.

**Açar sözlər.** Laplas- Stiltiyes çevirməsi, təsadüfi kəmiyyət, semi-Markov dolaşma prosesi, inteqral tənlik, Veyl mənadında kəsr törəmə.

## 1. INTRODUCTION

It is known that, random walk process with one or two barriers are being used to solve a number of very interesting problems in the fields of inventory, queues and reliability theories, mathematical biology etc. semi-Markovian random walk process practical and theoretical importance. But in the most of these studies the distribution of the process has

free distribution. Therefore the obtained results in this case are cumbersome and they will not be useful for applications [2], [3]. In the work of Metzler and Klafter [15] a generalized diffusion equation of fractional order on the basis of the continuous time random walk model was investigated. Using factorization method boundary crossing problems for random walks on a Markov chain were studied by V.I. Lotov and N.G. Orlova [13]. In particular case of semi-Markov random walk processes we can obtain the explicit form for probability characteristics. In the works of Nasirova [17] and her collaborators the Laplace transform of the distribution of the first moment reaching level zero of the semi-Markov random walk processes was studied (see, [1], [9], [18]-[21]). It should be noted that finding the Laplace transform of the semi-Markov random walk processes is a powerful tool in applied mathematics and engineering. In the present paper we study the semi-Markov random walk processes with negative drift, positive jumps. We construct an integral equation for Laplace-Stieltjes transform of the joint distribution of the first reaching moment to any level and length of jump from the level this process. In particular, constructed integral equation is reduce to the fractional order differential equation in the class of gamma and exponential distributions. Finally, we find an exact solution of the fractional order differential equation.

## 2. PROBLEM STATEMENT AND RESULTS

Let there be given a sequence of independent and identically distributed pairs of random variables  $\{\xi_k, \zeta_k\}_{k \geq 1}$  defined on the probability space  $(\Omega, F, P)$ , where the random variables  $\xi_k$  and  $\zeta_k$ ,  $k = \overline{1, \infty}$  are positive and independent. Using these random variables we construct the following Semi-Markovian random walk process.

$$X_z(t, \omega) = z - t + \sum_{i=0}^{k-1} \zeta_i, \quad \text{if } \sum_{i=0}^{k-1} \xi_i \leq t < \sum_{i=0}^k \xi_i, \quad k = \overline{1, \infty},$$

where  $\xi_0 = \zeta_0 = 0$ .  $X_z(t, \omega)$ - is called the Semi-Markovian random walk process with negative drift, positive jumps.

It is taken into account here that  $\zeta_i(\omega) - \xi_i(\omega) > 0$  with probability 1.

Let  $\tau_1^a(\omega)$  be first reaching moment to level  $a$  ( $a > 0$ ) and  $\gamma_1^a(\omega)$  be length of jump from the level by process  $X_z(t, \omega)$

$$\tau_1^a(\omega) = \inf \{t : X_z(t, \omega) \geq a\} \quad \text{and} \quad \gamma_1^a(\omega) = X_z(\tau_1^a, \omega) - a.$$

Our aim to find the mathematical expectation and variance (the first and second order moments) of the joint distribution of random variables  $\tau_1^a(\omega)$  and  $\gamma_1^a(\omega)$ .

We denote

$$L(t, \gamma|z) = P\{\tau_1^a(\omega) < t; \gamma_1^a(\omega) > \gamma | X_z(0, \omega) = z\} \tag{1}$$

$L(t, \gamma|z)$  is called the joint distribution of random variables  $\tau_1^a(\omega)$  and  $\gamma_1^a(\omega)$ .

It is well known that the Laplace -Stieltjes transformation of  $L(t, \gamma|z)$  .has

$$\tilde{L}(\theta, \gamma|z) = \int_{t=0}^{\infty} e^{-\theta t} d_t L(t, \gamma|z), \quad \theta > 0.$$

Theorem 1. Let  $\xi_1(\omega)$  and  $\zeta_1(\omega)$  be independent random variables. Then integral equation for the Laplace-Stieltjes transform of the joint distribution of random variables  $\tau_1^a(\omega)$  and  $\gamma_1^a(\omega)$  has the form

$$\begin{aligned} \tilde{L}(\theta, \gamma|z) &= \theta \int_{t=0}^{\infty} e^{-\theta t} \int_{s=0}^t P\{\zeta_1(\omega) > a + \gamma - z + s\} d_s P\{\xi_1(\omega) < s\} dt + \\ &+ \int_{y=z}^a \tilde{L}(\theta, \gamma|y) \int_{t=0}^{\infty} e^{-\theta t} d_y P\{\zeta_1(\omega) < y - z + t\} d_t P\{\xi_1(\omega) < t\} + \\ &+ \int_{y=-\infty}^z \tilde{L}(\theta, \gamma|y) \int_{t=z-y}^{\infty} e^{-\theta t} d_y P\{\zeta_1(\omega) < y - z + t\} d_t P\{\xi_1(\omega) < t\}. \end{aligned} \quad (2)$$

*Proof of Theorem 1.* By the law of total probability we have

$$\begin{aligned} P\{\tau_1^a(\omega) < t; \gamma_1^a(\omega) > \gamma | X_z(0, \omega) = z\} &= \int_{s=0}^t P\{\xi_1(\omega) \in ds; z - s + \zeta_1(\omega) > a + \gamma\} + \\ &+ \int_{y=-\infty}^a \int_{s=0}^t P\{\xi_1(\omega) \in ds; z - s + \zeta_1(\omega) \in dy\} P\{\tau_1^a(\omega) < t - s; \gamma_1^a(\omega) > \gamma | X_z(0, \omega) = y\} \end{aligned} \quad (13)$$

Taking into account equality (1), from equation (3) we get

$$\begin{aligned} L(t, \gamma|z) &= \int_{s=0}^t P\{\xi_1(\omega) \in ds; z - s + \zeta_1(\omega) > a + \gamma\} + \\ &+ \int_{y=-\infty}^a \int_{s=0}^t P\{\xi_1(\omega) \in ds; z - s + \zeta_1(\omega) \in dy\} L\{t - s; \gamma|y\}. \end{aligned} \quad (4)$$

Applying Laplace- Stieltjes transform to equation (4) by variable  $t$ , we get

$$\begin{aligned} \tilde{L}(\theta, \gamma|z) &= \theta \int_{t=0}^{\infty} e^{-\theta t} \int_{s=0}^t P\{\xi_1(\omega) \in ds; z - s + \zeta_1(\omega) > a + \gamma\} dt + \\ &+ \int_{y=-\infty}^a \tilde{L}(\theta, \gamma|y) \int_{t=0}^{\infty} e^{-\theta t} P\{\xi_1(\omega) \in dt; z - t + \zeta_1(\omega) \in dy\}. \end{aligned} \quad (5)$$

Taking into account that  $\xi_1(\omega)$  and  $\zeta_1(\omega)$  are positive and independent random variables from (5) we get

$$\begin{aligned} \tilde{L}(\theta, \gamma|z) &= \theta \int_{t=0}^{\infty} e^{-\theta t} \int_{s=0}^t P\{\zeta_1(\omega) > a + \gamma - z + s\} d_s P\{\xi_1(\omega) < s\} dt + \\ &+ \int_{y=-\infty}^a \tilde{L}(\theta, \gamma|y) \int_{t=\max(0, z-y)}^{\infty} e^{-\theta t} d_y P\{\zeta_1(\omega) < y - z + t\} d_t P\{\xi_1(\omega) < t\}. \end{aligned} \quad (6)$$

From this integral equation we have equation (2).

Let's assume that a random variable  $\xi_1$  has the gamma distribution with parameters  $\alpha > 0$  and  $\beta > 0$ , while random variable  $\zeta_1$  has the exponential distribution with parameter  $\mu$ :

$$\rho_{\xi_1}(x) = \begin{cases} \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \cdot x^{\alpha-1} e^{-\beta x}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0, \end{cases} \quad \rho_{\zeta_1}(x) = \begin{cases} \mu e^{-\mu x}, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases}$$

In the class of such distributions the integral equation (2) has the form

$$\begin{aligned} \tilde{L}(\theta, \gamma|z) &= \frac{\theta\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} e^{-\mu(a+\gamma-z)} \int_{t=0}^{\infty} e^{-\theta t} \int_{s=0}^t e^{-(\mu+\beta)s} s^{\alpha-1} ds dt + \\ &+ \frac{\mu\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} e^{\mu z} \int_{y=z}^a e^{-\mu y} \tilde{L}(\theta, \gamma|y) \int_{t=0}^{\infty} e^{-(\theta+\mu+\beta)t} \cdot t^{\alpha-1} dt dy + \\ &+ \frac{\mu\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} e^{\mu z} \int_{y=-\infty}^z e^{-\mu y} \tilde{L}(\theta, \gamma|y) \int_{t=z-y}^{\infty} e^{-(\theta+\mu+\beta)t} t^{\alpha-1} dt dy. \end{aligned} \quad (7)$$

Multiplying both sides of equation (7) by  $e^{-\mu z}$  and differentiating both sides with respect to  $z$ , we get

$$e^{-\mu z} \tilde{L}'(\theta, \gamma|z) - \mu e^{-\mu z} \tilde{L}(\theta, \gamma|z) = -\frac{\mu\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} e^{-(\theta+\mu+\beta)z} \int_{y=-\infty}^z e^{(\mu+\beta)y} \tilde{L}(\theta, \gamma|y) (z-y)^{\alpha-1} dz. \quad (8)$$

Multiplying both sides of last equation by  $e^{(\theta+\mu+\beta)z}$  we get

$$e^{(\theta+\beta)z} \tilde{L}'(\theta, \gamma|z) - \mu e^{(\theta+\beta)z} \tilde{L}(\theta, \gamma|z) = -\frac{\mu\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \int_{y=-\infty}^z e^{(\mu+\beta)y} \tilde{L}(\theta, \gamma|y) (z-y)^{\alpha-1} dz. \quad (9)$$

We set

$$Q(\theta, \gamma|z) = e^{(\theta+\beta)z} \tilde{L}(\theta, \gamma|z) \quad (10)$$

From equation (9) we get

$$Q'_z(\theta, \gamma|z) - (\mu + \theta + \beta) Q(\theta, \gamma|z) = -\frac{\mu\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \int_{y=-\infty}^z Q(\theta, \gamma|y) (z-y)^{\alpha-1} dz.$$

It is known that the Weyl fractional integral is defined as

$$D^{-\alpha}(Q(\theta, \gamma|z)) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_{-\infty}^z Q(\theta, \gamma|u) (z-u)^{\alpha-1} du.$$

Taking into account the last equality, we have

$$Q'_z(\theta, \gamma|z) - (\mu + \theta + \beta) Q(\theta, \gamma|z) + \mu\beta^\alpha D^{-\alpha}(Q(\theta, \gamma|z)) = 0. \quad (11)$$

Let  $\alpha \in (0,1)$  and let  $\phi(z)$  be a differentiable function in  $(0, \infty)$ . The Weyl fractional derivative of order  $\alpha$  of a function  $\phi(z)$  is defined as (see [14] and [15]):

$$D^\alpha \phi(z) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \int_{-\infty}^z (z-u)^{-\alpha} \phi'(u) du.$$

Applying to both sides of equation (11) the Weyl fractional derivative of order  $\alpha$ , we get

$$D_z^{\alpha+1}(Q(\theta, \gamma|z)) - (\mu + \theta + \beta) D_z^\alpha(Q(\theta, \gamma|z)) + \mu\beta^\alpha Q(\theta, \gamma|z) = 0 \quad (12)$$

Let us seek the solution of fractional order differential equation (12) in the form  $Q(\theta, \gamma|z) = e^{k(\theta, \gamma)z}$  where  $k(\theta, \gamma)$  is an unknown function.



Thus

$$\tilde{L}(\theta, \gamma|z) = e^{(k(\theta, \gamma) - \theta - \beta)z}.$$

It is obvious that  $\tilde{L}(0, \gamma|z) = 1$ . Hence, we get that  $k(0, \gamma) = \beta$ .

Applying Weyl fractional derivative of order  $\alpha$  of the function  $e^{k(\theta, \gamma)z}$  we get

$$\begin{aligned} D_z^\alpha e^{k(\theta, \gamma)z} &= \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \cdot \int_{u=-\infty}^z k(\theta, \gamma) e^{k(\theta, \gamma)u} (u-z)^{-\alpha} du = \\ &= \frac{k(\theta, \gamma) e^{k(\theta, \gamma)z}}{\Gamma(1-\alpha)} \cdot \int_{t=0}^{\infty} t^{-\alpha} e^{-k(\theta, \gamma)t} dt = [k(\theta, \gamma)]^\alpha e^{k(\theta, \gamma)z}. \end{aligned}$$

From (12) for the defining of unknown function we have the following transcendent algebraic equation

$$[k(\theta, \gamma)]^{\alpha+1} - (\mu + \theta + \beta) \cdot [k(\theta, \gamma)]^\alpha + \mu \beta^\alpha = 0. \quad (13)$$

Using from expression of  $\tilde{L}(\theta, \gamma|z)$  we can find the mathematical expectation and variance of the joint distribution of random variables  $\tau_1^a(\omega)$  and  $\gamma_1^a(\omega)$ .

From equation (13) we get

$$\begin{aligned} k'(0, \gamma) &= \frac{\beta^\alpha}{(\alpha+1)\beta^\alpha - (\mu+\beta) \cdot \alpha \cdot \beta^{\alpha-1}}, \\ k''(0, \gamma) &= \frac{[(\mu+\beta) \cdot \alpha \cdot (\alpha-1)\beta^{\alpha-2} - (\alpha+1) \cdot \alpha \beta^{\alpha-1}][k'(0, \gamma)]^2 + 2\alpha \beta^{\alpha-1} k'(0, \gamma)}{(\alpha+1)\beta^\alpha - (\mu+\beta) \cdot \alpha \cdot \beta^{\alpha-1}}. \end{aligned}$$

Such that the mathematical expectation and variance of the joint distribution of random variables  $\tau_1^a(\omega)$  and  $\gamma_1^a(\omega)$  will be as follows

$$\begin{aligned} E(\tau_1^a, \gamma_1^a(\omega)|z) &= -\tilde{L}'(0, \gamma|z), \\ E(\tau_1^0 / z) &= -[k'(0) - 1]z = \left[ 1 - \frac{\beta^\alpha}{(\alpha+1)\beta^\alpha - (\mu+\beta) \cdot \alpha \cdot \beta^{\alpha-1}} \right] z, \\ D((\tau_1^a, \gamma_1^a(\omega)|z)) &= \tilde{L}''(0, \gamma|z) - [\tilde{L}'(0, \gamma|z)]^2 = \\ &= \frac{[(\mu+\beta)(\alpha-1)\alpha \beta^{\alpha-2} - \alpha(\alpha+1)\beta^{\alpha-1}][k'(0, \gamma)]^2 + 2\alpha \beta^{\alpha-1} k'(0, \gamma)}{(\mu+\beta)\alpha \beta^{\alpha-1} - (\alpha+1)\beta^\alpha} z. \end{aligned}$$

## Conclusion

An integral equation for Laplace-Stieltjes transform of the joint distribution of the first reaching moment to any level and length of jump from the level this process is constructed. In particular, constructed integral equation is reduce to the fractional order differential equation in the class of gamma and exponential distributions. Explicit form of the Laplace-Stieltjes transform of the joint distribution is obtained. Using Laplace-Stieltjes transform the mathematical expectation and variance of the joint distribution are found.

**REFERENCES**

1. R.A. Bandaliyev, T.H. Nasirova and K.K. Omarova, Mathematical modeling of the semi-Markovian random walk processes with jumps and delaying screen by means of a fractional order differential equation. *Math. Meth. Appl. Sci.* 41(18), 2018, 9301-9311.
2. Afanas'eva, L. G., Bulinskaya, E. V., 'Some asymptotical results for random walks in a strip' *Teor. Veroyatn. Primen.* 29, 4, 658-668 (1983).
3. Gihman, I. I., Skorohod, A. V., *The Theory of Stochastic Processes II*, Springer-Verlag, 1975
4. A.A. Borovkov, *Probability theory*. Amsterdam: Gordon and Breach Science Publishers;1998.
5. E. Çinlar, Markov renewal theory. *Adv. Appl. Probab.* 1(2), 1969, 123-187.
6. W. Feller, On semi-Markov processes, *Proc. Nat. Acad. Sci.* 51(4), 1964, 653-659.
7. F. Grabski, *Semi-Markov processes: Applications in systems reliability and maintenance*. Amsterdam, Elsevier, 2014.
8. B.P. Harlamov, *Continuous semi-Markov processes*. St. Petersburg, Nauka, 2001. (In Russian).
9. E.A. Ibayev, Laplace transform of the distribution of the first moment reaching positive level. *Trans. Natl. Acad. Sci. Azerb. Ser. Phys.-Tech. Math. Sci.* 6(4), 2006, 115-120.
10. V.S. Korolyuk and A.F. Turbin, *Semi-Markov processes and their applications*. Kiev, Naukova Dumka, 1976. (In Russian).
11. J.L. Lebowitz and J.K. Percus, Asymptotic behavior of the radial distribution function, *J. Math. Phys.* 4(2), 1963, 248-254.
12. P. Levy, Proceesus semi-markoviens, *Proc. Inter. Cong. Math.* 3(1954), Amsterdam, 416-426.
13. V.I. Lotov and N.G. Orlova, Factorization representations in the boundary crossing problems for random walks on a Markov chain, *Sib. Math. J.* 46(4), 2005, 661-667.
14. F. Mainardi, *Fractional calculus and waves in linear viscoelasticity: an introduction to mathematical models*. World Scientific, 2010.
15. R. Metzler and J. Klafter, The random walk's guide to anomalous diffusion: a fractional dynamics approach. *Phys Rep.* 339(1), 2000, 1-77.
16. K.S. Miller and B. Ross, *An Introduction to the fractional calculus and fractional differential equations*. Wiley, New York, 1993.
17. T.I. Nasirova, *The processes of semi-Markov random walk*. Baku, Elm, 1984. (In Russian).
18. T.I. Nasirova, E.A. Ibayev and T.A. Aliyeva, The Laplace transform of the ergodic distribution of the process of semi-Markovian random walk with negative drift, nonnegative jumps, delays, and delaying screen at zero. *Theory Stoch. Proc.* 15(31), 2009, 49-60.8
19. T.H. Nasirova and U.Y. Kerimova, Definition of Laplace transform of the first passage of zero level of the semi-Markov random process with positive tendency and negative jump, *Appl. Math.* 2(7), 2011, 908-911.
20. T.I. Nasirova and K.K. Omarova, Distribution of the lower boundary functional of the step process of semi-Markov random walk with delaying screen at zero. *Ukr. Math. J.* 59(7), 2007, 1010-1018.
21. K.K. Omarova and Sh.B. Bakhshiyev, The Laplace transform for the distribution of the lower bound functional in a semi-Markov walk process with a delay screen at zero. *Autom. Control Comput. Sci.* 44(4), 2010, 246-252.

УДК 517.928

## YARIMOXDA ISTILIKKEÇİRMƏ TƏNLIYI ÜÇÜN BİR MƏSƏLƏNİN HƏLLİ

İSGƏNDƏROV ELVİN ŞAHVƏLƏD OĞLU

Lənkaran Dövlət Universiteti

elvinisgender86@gmail.com

### XÜLASƏ

Baxılan məqalə Yarımoxda kəsilən əmsallı istilikkeçirmə tənliyi üçün bir məsələnin həllinin tapılmasına həsr olunmuşdur. Məsələyə inteqral çevirməsi tətbiq olunaraq kompleks parametrdən asılı adi diferensial tənlik üçün bir sərhad məsələsi qurulmuşdur. Bu məsələdə fərz olunur ki, məsələnin həlli sonsuzluqda məhdud olsun. Tənliyin əmsalı kəsilən olduğundan məsələnin həlli həm sonlu həm də sonsuz aralıqlarda tapılmışdır. Hər iki aralıqda tapılmış ümumi həllərdə bir birindən asılı olmayan iki sabit iştirak edir. Məsələyə daxil olan sərhad və calaq şərtlərinin sayı sayca üç olmasına baxmayaraq, həllərdə iştirak edən sabitlərin sayı dördür. Bu isə məsələnin həllinin yeganəliyinin pozulmasına gətirib çıxarda bilər. Bu uyğunsuzluğu aradan qaldırmaq üçün sonsuzluqda məhdudluq şərtindən istifadə edərək tapılmış sabitlərdən birini sıfıra bərabər seçmək zərurəti yaranır. Digər üç sabiti isə sərhad və calaq şərtlərindən tapıb, kəsilən əmsallı adi diferensial tənliyin həllində nəzərə alırıq. Məqalədə göstərilmişdir ki, kəsilən əmsallı adi diferensial tənliyin həlli kompleks müstəvidə meramorf funksiyadır. Məsələnin həlli üçün tapılmış məxsusi nöqtələr polyus tipli məxsusi nöqtələr olmaqla, xəyalı oxu özündə saxlayan zolaqda yerləşir. İşdə ayrılış teoremi isbat edilmiş və məsələnin həlli kontur inteqral şəklində qurulmuşdur. Həll üçün tapılmış kontur inteqralının mütləq və müntəzəm yığılması göstərilmişdir. Buda ilkin məsələnin formal həllinin əsaslandırılması deməkdir.

**Açar sözlər:** xarakteristik determinant, ayrılış teoremi, yarımüstəvi, kəsilməz əyri, kontur, spektral məsələ, polyus.

### «О НАХОЖДЕНИИ РЕШЕНИЯ ОДНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ НА ПОЛУОСИ»

#### РЕЗЮМЕ

Представленная статья посвящена нахождению решения одной задачи для уравнения теплопроводности с разрывными коэффициентами на полуоси. Применяя интегральное преобразование к задаче, строится краевая задача для обыкновенного дифференциального уравнения, зависящего от комплексного параметра. В этом случае предполагается, что решение задачи, найденное на бесконечности, ограничено. Поскольку коэффициент уравнения разрывен, решение задачи находится как в конечных, так и в бесконечных интервалах. В общих решениях, найденных в обоих интервалах, есть постоянные, не зависящие друг от друга. Хотя в задаче количество граничных и присоединённых условий равно трем, количество постоянных, участвующих в решении, равно четырем. Это может привести к нарушению единственности решения задачи. Чтобы устранить это несоответствие, необходимо выбрать одну из найденных постоянных равной нулю, используя условие ограниченности решения на бесконечности. Остальные три постоянные находим из граничных и присоединённых условий и учитываем в решении обыкновенного дифференциального уравнения с разрывными коэффициентами. В статье показано, что решение обыкновенного дифференциального уравнения с разрывными коэффициентами является мероморфной функцией на комплексной плоскости. Особые точки, найденные для решения задачи, представляют собой особые точки типа полюс, расположенные в полосе, содержащей мнимую ось. В работе доказана теорема разложения и построено решение задачи в виде контурного интеграла. Показано абсолютная и равномерная сходимость найденного контурного интеграла для решения, что означает обоснование формального решения исходной задачи.

**Ключевые слова:** характеристический определитель, теорема разложения, полуплоскость, непрерывная кривая, контур, спектральная задача, полюс.

**"ON FINDING A SOLUTION OF ONE PROBLEM FOR THE HEAT EQUATION OF ON A SEMI-AXIS"**

**ABSTRACT**

The presented article is devoted to finding a solution to one problem for the heat equation with discontinuous coefficients on the semiaxis. Applying an integral transformation to the problem, a boundary value problem is constructed for an ordinary differential equation depending on a complex parameter. In this case, it is assumed that the solution to the problem found at infinity is bounded. Since the coefficient of the equation is discontinuous, the solution to the problem is found in both finite and infinite intervals. In the general solutions found in both intervals, there are constants that are independent of each other. Although in the problem the number of boundary and associated conditions is three, the number of constants involved in the solution is four. This can lead to violation of the uniqueness of the solution to the problem. To eliminate this discrepancy, it is necessary to choose one of the found constants equal to zero, using the condition that the solution is bounded at infinity. The other three constants are found from the boundary and associated conditions and taken into account in the solution of an ordinary differential equation with discontinuous coefficients. The article shows that the solution of an ordinary differential equation with discontinuous coefficients is a meromorphic function on the complex plane. The singular points found for solving the problem are pole-type singular points located in a strip containing an imaginary axis. In the paper, the decomposition theorem is proved and the solution of the problem is constructed in the form of a contour integral. The absolute and uniform convergence of the found contour integral for the solution is shown, which means the substantiation of the formal solution of the original problem.

**Key words:** characteristic determinant, decomposition theorem, half-plane, continuous curve, contour, spectral problem, pole.

İşdə aşağıdakı məsələyə baxılır,

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a(x) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad x \in (0, +\infty), t > 0 \quad (1)$$

tənliyinin

$$u(x, 0) = \varphi(x) \quad (2)$$

başlanğıc şərtini

$$\begin{aligned} \alpha_1 u(0, t) + \beta_1 u(\alpha - 0, t) &= 0 \\ \alpha_2 u_x(0, t) + \beta_2 u_x(\alpha - 0, t) &= 0 \quad (3) \\ \alpha_3 u(\alpha - 0, t) + \beta_3 u(\alpha + 0, t) &= 0 \end{aligned}$$

şərtlərini ödəyən məhdud həllini tapmaq tələb olunur. Burada

$$a(x) = \begin{cases} p^2, & 0 < x \leq \alpha \\ q^2, & \alpha < x < +\infty \end{cases}$$

$\alpha_i, \beta_i (i = 1, 2, 3)$  ədədləri kompleks sabitlər,  $p$  və  $q$  həqiqi ədədlərdir. Belə ki,  $p > 0, q > 0$  şərtləri ödənilir. Baxılan (1) – (3) məsələsinə

$$y(x, \lambda) = \int_0^{\infty} u(x, t) e^{-\lambda^2 t} dt \quad (4)$$

inteqral çevirməsini tətbiq etsək,  $\lambda$  kompleks parametrdən asılı ikitərtibli kəsilən əmsallı tənlik üçün aşağıdakı məsələni alarıq :

$$\begin{aligned} a(x)y'' - \lambda^2 y &= -\varphi(x), \quad \alpha < x < +\infty \quad (5) \\ \alpha_1 y(0, \lambda) + \beta_1 y(\alpha - 0, \lambda) &= 0 \\ \alpha_2 y'(0, \lambda) + \beta_2 y'(\alpha - 0, \lambda) &= 0 \quad (6) \\ \alpha_3 y(\alpha - 0, \lambda) + \beta_3 y(\alpha + 0, \lambda) &= 0 \end{aligned}$$

$0 < x \leq \alpha$  və  $\text{Re} \lambda \geq 0$  olduqda (5) tənliyinin həllini tapsaq alarıq

$$y(x, \lambda) = C_1(\lambda) e^{\frac{\lambda}{p}x} + C_2(\lambda) e^{-\frac{\lambda}{p}x} + \frac{1}{2p\lambda} \int_x^\alpha \varphi(\xi) e^{\frac{\lambda}{p}(x-\xi)} d\xi + \frac{1}{2p\lambda} \int_0^x \varphi(\xi) e^{\frac{\lambda}{p}(\xi-x)} d\xi \quad (7)$$

$0 < x \leq \alpha$  və  $\text{Re} \lambda < 0$  olduqda (5) tənliyinin həllini aşağıdakı kimi tapmaq olar.

$$y(x, \lambda) = C_1(\lambda) e^{\frac{\lambda}{p}x} + C_2(\lambda) e^{-\frac{\lambda}{p}x} - \frac{1}{2p\lambda} \int_x^\alpha \varphi(\xi) e^{\frac{\lambda}{p}(x-\xi)} d\xi - \frac{1}{2p\lambda} \int_0^x \varphi(\xi) e^{\frac{\lambda}{p}(\xi-x)} d\xi \quad (8)$$

$\alpha < x < +\infty$  və  $\text{Re} \lambda \geq 0$  olduqda (5) tənliyinin həllini tapsaq alarıq

$$y(x, \lambda) = C_3(\lambda) e^{-\frac{\lambda}{q}x} + C_4(\lambda) e^{\frac{\lambda}{q}x} + \frac{1}{2q\lambda} \int_\alpha^x \varphi(\xi) e^{\frac{\lambda}{q}(\xi-x)} d\xi + \frac{1}{2q\lambda} \int_x^{+\infty} \varphi(\xi) e^{\frac{\lambda}{q}(x-\xi)} d\xi \quad (9)$$

$x \rightarrow +\infty$  olduqda  $y(x, \lambda)$  funksiyanın məhdud olması üçün zəruri şərt  $C_4 = 0$  olmalıdır. Yəni (9) həllini aşağıdakı kimi yazmaq olar :

$$y(x, \lambda) = C_3(\lambda) e^{-\frac{\lambda}{q}x} + \frac{1}{2q\lambda} \int_\alpha^x \varphi(\xi) e^{\frac{\lambda}{q}(\xi-x)} d\xi + \frac{1}{2q\lambda} \int_x^{+\infty} \varphi(\xi) e^{\frac{\lambda}{q}(x-\xi)} d\xi \quad (10)$$

$\alpha < x < +\infty$  və  $\text{Re} \lambda < 0$  olduqda  $x \rightarrow +\infty$  şərti daxilində (5) tənliyinin məhdud həllini tapsaq alarıq

$$y(x, \lambda) = C_4(\lambda) e^{\frac{\lambda}{q}x} - \frac{1}{2q\lambda} \int_\alpha^x \varphi(\xi) e^{\frac{\lambda}{q}(x-\xi)} d\xi - \frac{1}{2q\lambda} \int_x^{+\infty} \varphi(\xi) e^{\frac{\lambda}{q}(\xi-x)} d\xi \quad (11)$$

$\text{Re} \lambda \geq 0$  yarımmüstəvisində  $y(x, \lambda)$  funksiyanın polyuslarını tapmaq üçün (7) və (10) düsturlarını (6) sistemində yerinə yazmaq

$$\begin{cases} (\alpha_1 + \beta_1 e^{\frac{\lambda}{p}\alpha}) C_1(\lambda) + (\alpha_1 + \beta_1 e^{-\frac{\lambda}{p}\alpha}) C_2(\lambda) = -\frac{\alpha_1}{2p\lambda} \kappa_1(\lambda) - \frac{\beta_1}{2p\lambda} \kappa_2(\lambda) \\ (\alpha_2 + \beta_2 e^{\frac{\lambda}{p}\alpha}) \frac{\lambda}{p} C_1(\lambda) - (\alpha_2 + \beta_2 e^{-\frac{\lambda}{p}\alpha}) \frac{\lambda}{p} C_2(\lambda) = -\frac{\alpha_2}{2p^2} \kappa_1(\lambda) + \frac{\beta_2}{2p^2} \kappa_2(\lambda) \\ \alpha_3 e^{\frac{\lambda}{p}\alpha} C_1(\lambda) + \alpha_3 e^{-\frac{\lambda}{p}\alpha} C_2(\lambda) + \beta_3 e^{-\frac{\lambda}{q}\alpha} C_3(\lambda) = -\frac{\alpha_3}{2p\lambda} \kappa_2(\lambda) - \frac{\beta_3}{2q\lambda} \kappa_3(\lambda) \end{cases} \quad (12)$$

Bu sistemdə aşağıdakı kimi işarələmələr daxil edilib

$$\begin{aligned} \kappa_1(\lambda) &= \int_0^\alpha \varphi(\xi) e^{-\frac{\lambda}{p}\xi} d\xi \\ \kappa_2(\lambda) &= \int_0^\alpha \varphi(\xi) e^{\frac{\lambda}{p}(\xi-\alpha)} d\xi \\ \kappa_3(\lambda) &= \int_\alpha^{+\infty} \varphi(\xi) e^{\frac{\lambda}{q}(\alpha-\xi)} d\xi \end{aligned} \quad (13)$$

(12) sistemin baş determinantını hesablasaq, aşağıdakı ifadəni alarıq

$$\Delta(\lambda) = -\frac{\lambda}{p} \beta_3 e^{-\frac{\lambda}{q}\alpha} \left[ 2(\alpha_1 \alpha_2 + \beta_1 \beta_2) + (\alpha_1 \beta_2 + \beta_1 \alpha_2) (e^{\frac{\lambda}{p}\alpha} + e^{-\frac{\lambda}{p}\alpha}) \right] \quad (14)$$

xarakteristik determinantının sıfırlarını

$$\lambda_n = \frac{p}{\alpha} (\ln_0(-T \pm \sqrt{T^2 - 1}) + 2\pi ni), \quad n \in \mathbb{R} \quad (15)$$

kimi tapırıq . Burada

$$T = \frac{\alpha_1\alpha_2 + \beta_1\beta_2}{\alpha_1\beta_2 + \beta_1\alpha_2} ; \alpha_1\beta_2 + \beta_1\alpha_2 \neq 0 , \beta_3 \neq 0$$

işarə olunub .

Qeyd edək ki,  $\text{Re}\lambda < 0$  yarımüstəvisində (8) və (11) düsturlarını (6) sistemində yerinə yazıb,  $\Delta(\lambda)$ - in sıfırlarını tapsaq, (15) düsturunun doğruluğunu görürük.

(12) sisteminə Kramer qaydasını tətbiq etsək,  $C_k(\lambda)$  sabitləri tapa bilərik. Belə ki,

$$C_k(\lambda) = \frac{\Delta_k(\lambda)}{\Delta(\lambda)}, \quad k = 1, 2, 3$$

düsturlarıyla tapılır.

Burada  $\Delta_k(\lambda)$ ,  $k = 1, 2, 3$  determinantları aşağıdakı kimi təyin olunur.

$$\Delta_1(\lambda) = \begin{vmatrix} -\frac{\alpha_1}{2p\lambda}\kappa_1(\lambda) - \frac{\beta_1}{2p\lambda}\kappa_2(\lambda) & \alpha_1 + \beta_1 e^{-\frac{\lambda}{p}\alpha} & 0 \\ -\frac{\alpha_2}{2p^2}\kappa_1(\lambda) + \frac{\beta_2}{2p^2}\kappa_2(\lambda) & -(\alpha_2 + \beta_2 e^{-\frac{\lambda}{p}\alpha})\frac{\lambda}{p} & 0 \\ -\frac{\alpha_3}{2p\lambda}\kappa_2(\lambda) - \frac{\beta_3}{2q\lambda}\kappa_3(\lambda) & \alpha_3 e^{-\frac{\lambda}{p}\alpha} & \beta_3 e^{-\frac{\lambda}{q}\alpha} \end{vmatrix}$$

$$\Delta_2(\lambda) = \begin{vmatrix} \alpha_1 + \beta_1 e^{-\frac{\lambda}{p}\alpha} & -\frac{\alpha_1}{2p\lambda}\kappa_1(\lambda) - \frac{\beta_1}{2p\lambda}\kappa_2(\lambda) & 0 \\ \frac{\lambda}{p}(\alpha_2 + \beta_2 e^{-\frac{\lambda}{p}\alpha}) & -\frac{\alpha_2}{2p^2}\kappa_1(\lambda) + \frac{\beta_2}{2p^2}\kappa_2(\lambda) & 0 \\ \alpha_3 e^{-\frac{\lambda}{p}\alpha} & -\frac{\alpha_3}{2p\lambda}\kappa_2(\lambda) - \frac{\beta_3}{2q\lambda}\kappa_3(\lambda) & \beta_3 e^{-\frac{\lambda}{q}\alpha} \end{vmatrix}$$

$$\Delta_3(\lambda) = \begin{vmatrix} \alpha_1 + \beta_1 e^{-\frac{\lambda}{p}\alpha} & \alpha_1 + \beta_1 e^{-\frac{\lambda}{p}\alpha} & -\frac{\alpha_1}{2p\lambda}\kappa_1(\lambda) - \frac{\beta_1}{2p\lambda}\kappa_2(\lambda) \\ \frac{\lambda}{p}(\alpha_2 + \beta_2 e^{-\frac{\lambda}{p}\alpha}) & -\frac{\lambda}{p}(\alpha_2 + \beta_2 e^{-\frac{\lambda}{p}\alpha}) & -\frac{\alpha_2}{2p^2}\kappa_1(\lambda) + \frac{\beta_2}{2p^2}\kappa_2(\lambda) \\ \alpha_3 e^{-\frac{\lambda}{p}\alpha} & \alpha_3 e^{-\frac{\lambda}{p}\alpha} & -\frac{\alpha_3}{2p\lambda}\kappa_2(\lambda) - \frac{\beta_3}{2q\lambda}\kappa_3(\lambda) \end{vmatrix}$$

**Teorem 1. (ayrılış teoremi)**

Tutaq ki, aşağıdakı şərtlər ödənilir.

1)  $\varphi(x)$  funksiyası  $[0, +\infty)$  aralığında ikinci tərtibə qədər kəsilməz törəməyə malikdir.

2)  $x^p \varphi^{(k)}(x) = O(1)$ ,  $x \rightarrow +\infty$  və

$$\varphi(0) = \varphi(\alpha) = 0, \quad p > 1, \quad k = 0, 1, 2$$

3)  $\alpha_1\beta_2 + \beta_1\alpha_2 \neq 0, \beta_3 \neq 0$

Onda  $\varphi(x)$  funksiyası üçün

$$\varphi(x) = \frac{1}{2\pi i} \sum_{n=0}^{\infty} \int_{C_n} \lambda y(x, \lambda) d\lambda \quad (16)$$

ayrılış düsturu doğrudur. Burada  $C_n$  sadə qapalı kontur olub, öz daxilində  $y(x, \lambda)$  funksiyasının bir polyusunudaxilində saxlayır.

**İsbatı.** Teoremi şərtləri daxilində  $\text{Re} \lambda \geq 0$  yarımmüstəvisində  $\kappa_k(\lambda)$  ( $k = 1, 2, 3$ ) inteqralların hər birini iki dəfə hissə-hissə inteqrallasaq, bunları aşağıdakı kimi yaza bilərik.

$$\begin{aligned} \kappa_1(\lambda) &= \frac{p^2}{\lambda^2} \left[ \int_0^\alpha \varphi''(\xi) e^{-\frac{\lambda}{p}\xi} d\xi + \varphi'(0) - \varphi'(\alpha) e^{-\frac{\lambda}{p}\alpha} \right] \\ \kappa_2(\lambda) &= \frac{p^2}{\lambda^2} \left[ \int_0^\alpha \varphi''(\xi) e^{\frac{\lambda}{p}(\xi-\alpha)} d\xi + \varphi'(0) e^{-\frac{\lambda}{p}\alpha} - \varphi'(\alpha) \right] \\ \kappa_3(\lambda) &= \frac{q^2}{\lambda^2} \left[ \int_0^{+\infty} \varphi''(\xi) e^{\frac{\lambda}{q}(\alpha-\xi)} d\xi + \varphi'(\alpha) \right] \end{aligned} \quad (17)$$

İndi isə teoremin şərtləri daxilində (7) və (9) düsturlarında iştirak edən inteqralların hər birini iki dəfə inteqrallasaq alarıq

$$\begin{aligned} \int_0^x \varphi(\xi) e^{\frac{\lambda}{p}(\xi-x)} d\xi &= \frac{p}{\lambda} \varphi(x) - \frac{p^2}{\lambda^2} [\varphi'(x) - \varphi'(0) e^{-\frac{\lambda}{p}x}] - \int_0^\alpha \varphi''(\xi) e^{\frac{\lambda}{p}(\xi-x)} d\xi \\ \int_x^\alpha \varphi(\xi) e^{\frac{\lambda}{p}(x-\xi)} d\xi &= \frac{p}{\lambda} \varphi(x) + \frac{p^2}{\lambda^2} [-\varphi'(x) + \varphi'(\alpha) e^{\frac{\lambda}{p}(x-\alpha)}] + \int_x^\alpha \varphi''(\xi) e^{\frac{\lambda}{p}(x-\xi)} d\xi \\ \int_\alpha^x \varphi(\xi) e^{\frac{\lambda}{q}(\xi-x)} d\xi &= \frac{q}{\lambda} \varphi(x) - \frac{q^2}{\lambda^2} [\varphi'(x) - \varphi'(0) e^{-\frac{\lambda}{q}x}] - \int_\alpha^x \varphi''(\xi) e^{\frac{\lambda}{q}(\xi-x)} d\xi \\ \int_x^{+\infty} \varphi(\xi) e^{\frac{\lambda}{q}(x-\xi)} d\xi &= \frac{q}{\lambda} \varphi(x) + \frac{q^2}{\lambda^2} [-\varphi'(x) - \int_x^\alpha \varphi''(\xi) e^{\frac{\lambda}{q}(x-\xi)} d\xi] \end{aligned} \quad (18)$$

Bu çevirmələrdən sonra  $\text{Re} \lambda \geq 0$  yarımmüstəvisində (15) düsturu ilə tapılmış  $\lambda_n$ -in  $\delta > 0$  ətrafından kənarında  $y(x, \lambda)$  funksiyasını qiymətləndirək. Bunun üçün  $\Delta(\lambda)$  xarakteristik determinantını və  $\Delta_k(\lambda)$  ( $k = 1, 2, 3$ ) köməkçi determinantlarını aşağıdakı kimi çevirək.

$$\Delta(\lambda) = \lambda e^{\frac{\lambda}{p}\alpha - \frac{\lambda}{q}\alpha} V(\lambda) \quad (19)$$

$$\Delta_k(\lambda) = e^{\frac{\lambda}{p}\alpha - \frac{\lambda}{q}\alpha} V_k(\lambda), \quad k = 1, 2, 3$$

Burada  $V(\lambda)$  və  $V_k(\lambda)$  ( $k = 1, 2, 3$ ) funksiyaları  $\Delta(\lambda)$ -in sıfırlarından kənarında  $\lambda \neq 0$  və  $\text{Re} \lambda \geq 0$  yarımmüstəvisinin məhdud və analitik funksiyalarıdır. (17) – (19) bərabərliklərini (7) – (9) düsturlarında nəzərə alsaq alarıq:

$$y(x, \lambda) = \frac{1}{\lambda^2} \varphi(x) + \frac{1}{\lambda^3} K_j(x, \lambda), \quad (j = 1, 2) \quad (20)$$

Burada  $K_1(x, \lambda)$  və  $K_2(x, \lambda)$  uyğun olaraq  $\prod_1\{(x, \lambda) : 0 < x \leq \alpha, \text{Re} \lambda \geq 0\}$  və

$\prod_1\{(x, \lambda) : \alpha < x < +\infty, \text{Re} \lambda \geq 0\}$  çoxluqlarında  $\lambda \neq 0$  və  $\Delta(\lambda)$ -in sıfırlarının  $\delta > 0$  ətrafından kənarında məhdud və analitik funksiyadır. (5), (6) məsələsindən görünür ki,  $y(x, \lambda) = y(x, -\lambda)$  bərabərliyi doğrudur. Bu o deməkdir ki, (20) düsturu  $\text{Re} \lambda < 0$  yarımmüstəvisində də doğrudur.

İndi isə  $\lambda$  kompleks müstəvisində mərkəzləri koordinat başlanğıcında radiusları monoton artan və  $\lim_{n \rightarrow \infty} r_n = +\infty$  şərtini ödəyən çevrələr ardıcılığını  $O_n$

( $n = 1, 2, \dots$ ) ilə işarə edək.  $O_n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) çevrələr ardıcılığının radiuslarını elə seçək ki, bunlar  $|\lambda - \lambda_n| = \delta$  əyrilərini kəsməsinlər. Bu həmişə mümkündür, çünki  $|\lambda_{n+1} - \lambda_n| = \frac{2p\pi}{\alpha}$  şərti ödənilir.

(20) düsturundan istifadə etsək alarıq:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi i} \int_{O_n} \lambda y(x, \lambda) d\lambda = \frac{\varphi(x)}{2\pi i} \int_{O_n} \frac{1}{\lambda} d\lambda + \frac{1}{2\pi i} \lim_{n \rightarrow \infty} \int_{O_n} \frac{K_i(x, \lambda)}{\lambda^2} d\lambda = \varphi(x) \quad (21)$$

Burada  $K_j(x, \lambda)$  funksiyaları  $O_n$  çevrələri üzərində məhdud və analitikdirlər.

Doğrudan da

$$\lambda_n = \rho_n e^{i\varphi}, \quad 0 \leq \varphi < 2\pi$$

$n \rightarrow \infty$  olduqda  $\rho_n \rightarrow \infty$  olur.

$$|K_j(x, \lambda)| \leq M$$

$$\left| \int_{O_n} \frac{K_i(x, \lambda)}{\lambda^2} d\lambda \right| = \left| \int_0^{2\pi} \frac{1}{\rho} K_j(x, \rho e^{i\varphi}) i e^{-i\varphi} d\varphi \right| \leq M \frac{1}{\rho} \int_0^{2\pi} d\varphi = \frac{2\pi M}{\rho} \xrightarrow{\rho \rightarrow \infty} 0$$

Digər tərəfdən çıxıqlar haqqında Koşi teoreminə əsasən yazıb bilərik.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi i} \int_{O_n} \lambda y(x, \lambda) d\lambda = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2\pi i} \int_{C_n} \lambda y(x, \lambda) d\lambda \quad (22)$$

Nəhayət (21) və (22) -ni tutuşdursaq  $\varphi(x)$  funksiyası üçün aşağıdakı düsturu alarıq:

$$\varphi(x) = \frac{1}{2\pi i} \sum_{n=0}^{\infty} \int_{C_n} \lambda y(x, \lambda) d\lambda$$

Teorem isbat olundu.

İndi isə (1) – (3) məsələsinin həlli üçün aşağıdakı teoremi verək.

**Teorem 2.** Fərz edək ki, aşağıdakı şərtlər ödənilir.

- 1)  $\varphi(x)$  funksiyası  $[0, +\infty)$  aralığında ikinci tərtibə qədər kəsilməz törəməyə malikdir.
- 2)  $\varphi(0) = \varphi(\alpha) = 0$ ,  $x^p \varphi^{(k)}(x) = O(1)$ ,  $x \rightarrow +\infty$ ,  $p > 1$ ,  $k = 0, 1, 2$
- 3)  $\beta_3 \neq 0$ ,  $\alpha_1 \beta_2 + \beta_1 \alpha_2 \neq 0$

Onda (1) – (3) məsələsinin həlli

$$u(x, t) = \frac{1}{\pi i} \int_S \lambda y(x, \lambda) e^{\lambda^2 t} d\lambda \quad (23)$$

kontur inteqralı şəklində göstərmək olar. Burada  $S$ - sonsuz genişlənən bilən kontur olub,  $\text{Re} \lambda > 0$  yarım müstəvisində yerləşir. Skonturunun birinci rübüdə yerləşən kafi qədər uzaq hissəsi  $\lambda_2 = \lambda_1 t g\left(\frac{\pi}{4} + \delta\right)$  ilə üst-üstə düşür, dördüncü rübüdə isə

$$\lambda_2 = -\lambda_1 t g\left(\frac{\pi}{4} + \delta\right) \text{ xətti ilə üst-üstə düşür.}$$

**İsbatı.** Spektral məsələnin polyusları üçün tapılmış (15) düsturundan görünür ki,  $S$  konturunu elə seçmək olar ki, bu konturun daxilində  $y(x, \lambda)$  funksiyası analitik olsun. Spektral məsələnin həlli üçün tapılmış (7) və (9) düsturlarından asanlıqla alınır ki,  $S$  konturu daxilində



$\lim_{|\lambda| \rightarrow \infty} y(x, \lambda) = 0$  şərti ödənilir. Bu iki faktndan və tərs Laplas inteqral çevirməsindən istifadə etsək, (4) çevirməsinin tərsini (23) şəklində göstərmək olar.

İndi isə göstərək ki, (23) düsturu ilə təyin olan  $u(x, t)$  funksiyası teoremin şərtləri daxilində (1) – (3) məsələsinin həllidir.

$\lambda_1 = 0$  xətti ilə  $S$  konturu ilə simmetrik olan konturu  $S^*$  ilə işarə edək.  $S$  konturunun  $O_k$  çevrəsi daxilində qalan hissəsini  $S_k, O_k$  çevrəsinin  $S$  konturu daxilində qalan hissəsini  $\mu_k$  ilə işarə edək.

$O_k$  çevrəsinin birinci və ikinci rüblərində yerləşən və  $S$  ilə  $S^*$  konturları arasında qalan hissəsini  $\nu_k^+$  ilə işarə edək.

Qeyd edək ki,  $\mu_k^*, S_k^*$  əyriyələri  $\lambda_1 = 0$  düz xəttinə nəzərən  $\mu_k$  və  $S_k$  ilə simmetrikdir. Eyni zamanda  $\nu_k^-$  qövsü  $\lambda_2 = 0$  düz xəttinə nəzərən  $\nu_k^+$  qövsü ilə simmetrik seçilmişdir. Ayrı-ayrı teoreminin isbatı zamanı spektral məsələnin həlli üçün

$$|y(x, \lambda)| \leq \frac{M_1}{|\lambda|} \quad (24)$$

bərabərsizliyinin doğru olduğu göstərilmişdir.

$$\begin{aligned} \left| \int_{\nu_k^+} \lambda y(x, \lambda) e^{\lambda^2 t} d\lambda \right| &\leq M_1 \int_{\frac{\pi}{2} + \delta}^{\frac{3\pi}{2} - \delta} e^{r_k \cos 2\varphi} r_k d\varphi = \frac{M_1}{2} \int_{\frac{\pi}{2} + 2\delta}^{\frac{3\pi}{2} - 2\delta} e^{r_k \cos \theta} r_k d\theta = \\ &= \frac{1}{2} M_1 \int_{\frac{\pi}{2} + 2\delta}^{\pi} r_k e^{r_k \cos \theta} d\theta + \frac{1}{2} M_1 \int_{\pi}^{\frac{3\pi}{2} - 2\delta} r_k e^{r_k \cos \theta} d\theta \leq \frac{1}{2} M_1 \int_{\frac{\pi}{2} + 2\delta}^{\pi} r_k e^{r_k (1 - \frac{2}{\pi} \theta)} d\theta + \\ &= \frac{1}{2} M_1 \int_{\frac{\pi}{2} + 2\delta}^{\frac{3\pi}{2} - 2\delta} r_k e^{r_k (\frac{2}{\pi} \theta - 3)} d\theta = -\frac{\pi}{4} M_1 e^{r_k (1 - \frac{2}{\pi} \theta)} \Big|_{\frac{\pi}{2} + 2\delta}^{\pi} + \frac{\pi}{4} M_1 e^{r_k (\frac{2}{\pi} \theta - 3)} \Big|_{\pi}^{\frac{3\pi}{2} - 2\delta} = -\frac{\pi}{4} M_1 \left( e^{-r_k} - e^{-\frac{4\delta}{\pi} r_k} \right) + \\ &= \frac{\pi}{4} M_1 \left( e^{r_k \left( -\frac{4\delta}{\pi} \right)} + e^{-r_k} \right) = \frac{\pi}{2} M_1 e^{-\frac{4\delta}{\pi} r_k} \xrightarrow{r_k \rightarrow \infty} 0 \end{aligned}$$

$\nu_k^+$  qövsü üzrə aşağıdakı inteqralı qiymətləndirmək üçün (24) bərabərliyindən istifadə edək.

$$\begin{aligned} \left| \int_{\nu_k^+} \lambda y(x, \lambda) e^{\lambda^2 t} d\lambda \right| &\leq M_1 \int_{\frac{\pi}{2} + \delta}^{\frac{3\pi}{2} - \delta} r_k e^{t r_k \cos 2\varphi} d\varphi = \frac{M_1}{2} \int_{\frac{\pi}{2} + 2\delta}^{\frac{3\pi}{2} - 2\delta} e^{t r_k \cos \theta} r_k d\theta \leq \\ &= \frac{M_1}{2} \int_{\frac{\pi}{2} + 2\delta}^{\pi} r_k e^{t r_k (1 - \frac{2}{\pi} \theta)} d\theta + \frac{M_1}{2} \int_{\pi}^{\frac{3\pi}{2} - 2\delta} r_k e^{t r_k (\frac{2}{\pi} \theta - 3)} d\theta = \frac{\pi M_1}{2} e^{-\frac{4\delta}{\pi} t r_k} \xrightarrow{k \rightarrow \infty} 0 \quad (25) \end{aligned}$$

Eyni qayda ilə  $\nu_k^-$  qövsü üzrə oxşar bərabərsizliyi isbat etmək olar. Koşinin inteqral teoremindən istifadə etsək alarıq:

$$\begin{aligned} \int_{S_k} \lambda y(x, \lambda) e^{\lambda^2 t} d\lambda &= \int_{\mu_k} \lambda y(x, \lambda) e^{\lambda^2 t} dt \\ \int_{S_k^*} \lambda y(x, \lambda) e^{\lambda^2 t} d\lambda &= \int_{\mu_k^*} \lambda y(x, \lambda) e^{\lambda^2 t} d\lambda \quad (26) \end{aligned}$$

Koşinin inteqral düsturundan və (25), (26) münasibətlərindən istifadə etsək alarıq:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi i} \int_S \lambda y(x, \lambda) e^{\lambda^2 t} d\lambda + \frac{1}{2\pi i} \int_{S^*} \lambda y(x, \lambda) e^{\lambda^2 t} d\lambda &= \frac{1}{2\pi i} \sum_{n=0}^{\infty} \int_{C_n} \lambda y(x, \lambda) e^{\lambda^2 t} d\lambda \\ u(x, t) &= \frac{1}{2\pi i} \sum_{n=0}^{\infty} \int_{C_n} \lambda y(x, \lambda) e^{\lambda^2 t} d\lambda \quad (27) \end{aligned}$$

İndi isə göstərək ki, sonuncu düstur (1) tənliyini ödəyir.

$$\frac{\partial u}{\partial t} - p(x) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{2\pi i} \sum_{n=0}^{\infty} \int_{C_n} [\lambda^2 y(x, \lambda) - p(x) y''(x, \lambda)] \lambda e^{\lambda^2 t} d\lambda = \frac{1}{2\pi i} \sum_{n=0}^{\infty} \int_{C_n} \varphi(x) \lambda e^{\lambda^2 t} d\lambda = 0$$

Ayrılış teoremindən istifadə etsək (27) sırasının (2) başlanğıc şərtini ödədiyini alarıq:

$$u(x, 0) = \frac{1}{2\pi i} \sum_{n=0}^{\infty} \int_{c_n} \lambda y(x, \lambda) e^{\lambda^2 t} \Big|_{t=0} d\lambda = \varphi(x)$$

$y(x, \lambda)$  funksiyası (6)-nı ödədiyini nəzərə alsaq asanlıqla yoxlamaq olar ki, (27) düsturu ilə tapılan  $u(x, t)$  funksiyası (3) şərtlərini ödəyir.

Tapılmış formal həlli əsaslandıraraq:

$$|e^{\lambda^2 t}| = e^{t \operatorname{Re} \lambda^2} = e^{t |\lambda|^2 \cos \arg \lambda^2} = e^{t |\lambda|^2 \cos 2 \arg \lambda} = e^{t |\lambda|^2 \cos(\frac{\pi}{2} + 2\delta)} = e^{-t |\lambda|^2 \sin 2\delta}$$

$\delta > 0$  olduğundan  $e^{\lambda^2 t}$  funksiyası  $|\lambda| \rightarrow \infty$  olduqda eksponensial sürətlə sıfıra yığılır. Bu onu göstərir ki, tapılmış həll mütləq və müntəzəm yığılır. Yəni apardığımız bütün əməliyyatlar qanunidir. Teorem isbat olundu.

#### ƏDƏBİYYAT

1. Садовничий В.А., Любишкин В.А., Регуляризованные суммы корней одного класса целых функций экспоненциального типа, Докл. АН, СССР, 1981, т. 256, №4, с. 794- 798
2. Расулов М.Л. Метод контурного интеграла// М.: Наука, 1964, 462 с.
3. Расулов М.Л. Применение вычетного метода к решению задач дифференциальных уравнений // Баку: Элм, 1989, 328 с.
4. Мамедов Ю.А., Ахмедов С.З. -Исследование характеристического определителя, связанного с решением спектральной задачи// Вестник Бакинского Государственного Университета, серия физико-математических наук, 2005, №2, с.5-12
5. Наймарк М.А. Линейные дифференциальные операторы. М.: Наука, 1969
6. Əhmədov S.Z., Ələsgərova S.T.  $\lambda$ -kompleks parametrindən asılı dördüncü tərtib tənliyin fundamental həllərinin asimptotikasının qurulması, Bakı Universiteti Xəbərləri, Fizika– riyaziyyat elmləri seriyası, 2012, №1, s.70-77.
7. Əhmədov S.Z. Dördüncü tərtib kompleks parametrdən asılı tənlik üçün bir sərhəd məsələsinin xarakteristik determinantının sıfırlarının asimptotikası haqqında, Bakı Universiteti Xəbərləri, Fizika–riyaziyyat elmləri seriyası, 2018, №2, s.97-100.

УДК 519.872

## АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИМИЗАЦИИ МУЛЬТИСЕРВИСНОЙ СИСТЕМЫ БЕЗ БУФЕРАЦИИ ЗАЯВОК

ФАТТАХОВА МЕХРИБАН ИСА КЫЗЫ

доктор технических наук, доцент

Azərbaycan Texniki Universiteti,

Bakı, Azərbaycan

mehriban.fettahova@aztu.edu.az

### РЕЗЮМЕ

В работе рассмотрена задача параметрической оптимизации мультисервисной системы без буферизации вызовов. Предложен алгоритм решения указанной задачи и даны результаты численных экспериментов.

**Ключевые слова:** мультисервисная система, разнотипные вызовы, вероятность потери, оптимизация

### SORĞULAR ÜÇÜN BUFERİ OLMAYAN MULTI-SERVİSLİ SİSTEMİN PARAMETRİK OPTİMALLAŞDIRILMASI MƏSƏLƏSİNİN HƏLLİ ALQORİTMİ

### XÜLASƏ

İşdə sorğular üçün bufferi olmayan multi-servisli sistemin parametrik optimallaşdırılması məsələsinə baxılmışdır. Göstərilən məsələnin həlli alqoritmi təklif olunmuş və ədədi eksperimentlərin nəticələri verilmişdir.

**Açar sözlər:** multi-servisli sistem, müxtəlif tipli sorğular, itmə ehtimalı, optimallaşdırma

### ALGORITHM FOR SOLUTION OF THE PARAMETRIC OPTIMIZATION PROBLEM OF MULTISERVICE SYSTEM WITHOUT BUFFER

### ABSTRACT

In this paper, the problem of parametric optimization of the multi-service system without of buffer is considered. The algorithm for solving the indicated problem is developed and results of numerical experiments are demonstrated.

**Key word:** multi-service system, calls of different types, blocking probability, optimization

**Введение.** Задачи оптимизации мультисервисных систем обслуживания подробно исследованы в многочисленных работах. Более детально эти задачи рассмотрены в работах [1-4]. Важным класс мультисервисных систем обслуживания составляют сотовые сети связи (ССС). Как известно, в СССР специфическим феноменом является процесс хэндовер. Так называется процедура передачи процесса обслуживания конкретного вызова из канала одной соты в канал соседней соты. В мультисервисных СССР организация управления процессами прерывания еще более усугубляется тем, что здесь осуществляется процесс обслуживания разнотипных вызовов, которые предъявляют различные требования к показателям качества обслуживания (Quality of Service, QoS).

Поскольку прерывания уже начатого процесса обслуживания вызова не является желательным событием, то в указанных СССР вводятся различные схемы приоритетного обслуживания хэндовер вызовов. Зачастую эти схемы содержат различные пороговые параметры, которые в зависимости от состояния соты определяют доступ разнотипных вызовов в каналы соты. Такие схемы называются параметрическими стратегиями доступа.

Одна из таких параметрических стратегий доступа была предложена в работе [5], где также решена задача расчета характеристик СССР при использовании предложенной

стратегии. Настоящая работа является продолжением исследований, начатых в [5]. Здесь предлагается алгоритм решения задачи параметрической оптимизации мультисервисных систем обслуживания без буферизации заявок на примере сотовых сетей связи.

**Описание модели и алгоритма решения задачи.** Напомним, что в указанной работе рассматривается следующая модель ССС. В сети различаются четыре типа вызовов: хэндовер речевые вызовы (hv-вызовы), новые речевые вызовы (ov-вызовы), хэндовер вызовы данных (hd-вызовы) и новые вызовы данных (od-вызовы). В сети используется фиксированная схема распределения каналов и каждая сота имеет  $N > 1$  радиоканалов. Интенсивность  $x$ -вызовов равна  $\lambda_x$ ,  $x \in \{hv, ov, hd, od\}$ . Функции распределения времени занятия каналов разнотипными вызовами являются экспоненциальными, при этом средняя интенсивность обработки одного речевого вызова равна  $\mu_v$ , а соответствующий показатель для вызовов данных равен  $\mu_d$ .

Вводятся три параметра  $N_1, N_2$  и  $N_3$ , которые удовлетворяют неравенству  $0 < N_1 \leq N_2 \leq N_3 \leq N$ . Предложенная параметрическая стратегия определяется следующим образом: Если в момент поступления od-вызова число занятых каналов системы не больше  $N_1 - 1$ , то он принимается на обслуживание; в противном случае он получает отказ. Если в момент поступления hd-вызова число занятых каналов системы не больше  $N_2 - 1$ , то он принимается на обслуживание; в противном случае он получает отказ. Если в момент поступления ov-вызова число занятых каналов системы меньше  $N_3$ , то он принимается на обслуживание; в противном случае он получает отказ. Если в момент поступления hv-вызова имеется хотя бы один свободный канал системы, то он принимается на обслуживание; в противном случае он получает отказ.

Основными показателями QoS являются вероятности потери разнотипных вызовов  $P_{hv}, P_{ov}, P_{hd}, P_{od}$  и среднее число занятых каналов  $N_{av}$ . В указанной работе [5] получены следующие формулы для расчета указанных показателей QoS:

$$P_{hv} = \pi(N); P_{ov} = \sum_{n=N_3}^N \pi(n); P_{od} = \sum_{n=N_1-b+1}^N \pi(n); P_{hd} = \sum_{n=N_2-b+1}^N \pi(n),$$

$$\text{где } \pi(0) = \left( \sum_{n=0}^N g_n \right)^{-1}, \pi(n) = g_n \pi(0), n = 0, 1, \dots, N.$$

Здесь приняты следующие обозначения:

$$g_0 = 1,$$

$$g_n = \frac{1}{n} \left( (v_v I(n-1 < N_3) + v_{hv} I(n-1 \geq N_3)) g_{n-1} + b(v_d I(n \leq N_1) + v_{hd} I(N_1 < n \leq N_2)) g_{n-b} \right),$$

$n = 1, \dots, N$  и  $g_x = 0$ , если  $x < 0$ ;  $v_{ov} = \lambda_{ov}/\mu_v$ ,  $v_{hv} = \lambda_{hv}/\mu_v$ ,  $v_v = v_{ov} + v_{hv}$ ;  $v_{od} = \lambda_{od}/\mu_d$ ,  $v_{hd} = \lambda_{hd}/\mu_d$ ,  $v_d = v_{od} + v_{hd}$ ;  $I(A)$  обозначает индикаторную функцию события  $A$ .

Ниже рассматривается задача оптимизации предложенной стратегии доступа. Для простоты изложения здесь предполагается, что внутри трафика данных не делается различия между новыми и хэндовер вызовами, т.е. полагаем  $N_1 = N_2$ , т.е.  $P_d := P_{od} = P_{hd}$ .

Обозначим  $N_2 := N_1 = N_2$ . Тогда задача оптимизации математически записывается так: требуется найти такие пары  $(N_2, N_3)$ , где  $N_2 \leq N_3$ , при котором удовлетворяются следующие ограничения:

$$P_{hv} \leq \varepsilon_{hv}, (1)$$

$$P_{ov} \leq \varepsilon_{ov}, (2)$$

$$P_d \leq \varepsilon_d. (3)$$

где  $\varepsilon_{hv}$ ,  $\varepsilon_{ov}$  и  $\varepsilon_d$  являются заданными величинами.

С учетом монотонности функций  $P_{hv}, P_{ov}, P_{hd}, P_{od}$  относительно введенных параметров здесь разработан следующий алгоритм решения задачи (1)-(3).

*Шаг 1.* Полагается  $N_3 := k$  и проверяются следующие условия:

$$P_{hv}(1) \leq \varepsilon_{hv}, (4)$$

$$P_{ov}(1) \leq \varepsilon_{ov}, (5) \quad P_d(N_3) \leq \varepsilon_d. (6)$$

Если выполняются все условия (4)-(6), то перейти к следующему шагу. Иначе при заданном значении  $N_3$  задача не имеет решения.

*Шаг 2.* Решается следующая задача:

$$\underline{N}_2 := \arg \min_{N_2 \in [1, N_3]} \{P_d(N_2) \leq \varepsilon_d\}.$$

*Шаг 3.* Если  $P_{hv}(\underline{N}_2) \leq \varepsilon_{hv}$  и  $P_{ov}(\underline{N}_2) \leq \varepsilon_{ov}$ , то перейти к следующему шагу. Иначе при заданном значении  $N_3$  задача не имеет решения.

*Шаг 4.* Параллельно решаются следующие задачи:

$$N_2^{hv} := \arg \max_{N_2 \in [\underline{N}_2, N_3]} \{P_{hv}(N_2) \leq \varepsilon_{hv}\},$$

$$N_2^{ov} := \arg \max_{N_2 \in [\underline{N}_2, N_3]} \{P_{ov}(N_2) \leq \varepsilon_{ov}\}.$$

*Шаг 5.* Искомый интервал надлежащих значений  $N_2$  при заданном значении  $N_3$  определяется так  $[\underline{N}_2, \bar{N}_2]$ , где  $\bar{N}_2 := \min(N_2^{hv}, N_2^{ov})$ .

*Шаг 6.* Если  $N_3 < N$ , то полагается  $N_3 := N_3 + 1$ , и осуществляется переход к шагу 1. Иначе алгоритм завершает работу.

Исходя из свойства монотонности изучаемых функций для решения задач в шагах 2-4 нами использован метод дихотомия (деления пополам). Следовательно, при каждом фиксированном значении порога  $N_3$  находится множества допустимых значений  $N_2$  (если они существуют), и объединением всех полученных решений определяется множества эффективных значений пороговых параметров.

С применением разработанного алгоритма выполнены численные эксперименты и найдены множество эффективных значений (МЭЗ). Исходные данные тестовых задач (1)-(3) для гипотетической модели выбраны следующим образом:  $N=50$ ,  $\lambda_{ov}=8$ ,  $\lambda_{hv}=3$ ,  $\lambda_{od}=2$ ,  $\lambda_{hd}=1$ ,  $\mu_k=9$ ,  $\mu_d=4$ . Соответствующие МЭЗ для указанной задачи при различных ограничениях на вероятности потери разнотипных вызовов показаны в таблице. Декартово произведение  $[a, b] \times [c, d]$  означает, что  $N_2 \in [a, b]$ ,  $N_3 \in [c, d]$ .

Как видно из таблицы, ослабление требований на качества обслуживания вызов данных приводит к расширению МЭЗ за счет уменьшения эффективных значений параметра  $N_2$  (см. строки 1-4 указанной таблицы). Этого следовало ожидать, так как с увеличением параметра  $N_2$  уменьшается вероятность потери вызов данных. При этом

расширение МЭЗ имеет достаточно плавный характер по отношению изменения верхнего предела вероятности потери вызовов данных (т.е.  $\varepsilon_i$ ). Также следует заметить, что при фиксированном значении  $\varepsilon_i$  МЭЗ сохраняет свой вид при достаточно широком диапазоне изменения других пределов  $\varepsilon_{nv}$  и  $\varepsilon_{ov}$  (см. строки 5-8 таблицы).

Отметим, что на практике нагрузки разнотипных трафиков изменяются во времени. Однако указанные выше численные эксперименты выполняются при фиксированных нагрузках. Поэтому актуальными являются также задачи изучения чувствительности эффективных значений пороговых параметров относительно изменения нагрузок. В этой связи отметим, что аналитическое исследование данной задачи в принципе не возможно. Потому она может быть исследована лишь с помощью численных экспериментов. К счастью, простота предложенных численных процедур расчета показателей QoS модели позволяют легко осуществить ее решение. Так, проводимые исследования показали, что эффективные значения пороговых параметров задачи (1)-(3) сохраняются в достаточно широком интервале изменения нагрузок. Это обстоятельство объясняется плавным изменением изучаемых показателей QoS относительно нагрузок разнотипных трафиков.

Таблица. Результаты решения задачи (1)-(3).

$\varepsilon_{nv}$	$\varepsilon_{ov}$	$\varepsilon_i$	МЭЗ
$10^{-4}$	$10^{-5}$	$10^{-6}$	[12,30]×[31,50]
$10^{-4}$	$10^{-5}$	$10^{-5}$	[10,30]×[31,50]
$10^{-4}$	$10^{-5}$	$10^{-4}$	[9,30]×[31,50]
$10^{-4}$	$10^{-5}$	$10^{-3}$	[8,30]×[31,50]
$10^{-4}$	$10^{-4}$	$10^{-3}$	[8,30]×[31,50]
$10^{-4}$	$10^{-3}$	$10^{-3}$	[8,30]×[31,50]
$10^{-4}$	$10^{-2}$	$10^{-3}$	[8,30]×[31,50]
$10^{-2}$	$10^{-4}$	$10^{-3}$	[8,30]×[31,50]

## Выводы

В работе изучается задача оптимизации мультисервисной системы с разнотипными вызовами: хэндовер речевые вызовы, новые речевые вызовы, хэндовер вызовы данных и новые вызовы данных. В системе используется параметрическая стратегия доступа разнотипных вызовов. Задаются ограничения на вероятности потери разнотипных вызовов и предложен алгоритм решения задачи оптимальных значений параметров введенной стратегии доступа. На основе предложенного алгоритма реализованы численные эксперименты.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Башарин Г.П. Лекции по математической теории телетрафика. М.: Изд. РУДН, 2009.
2. Ponomarenko L., Kim C.S., Melikov A. Performance analysis and optimization of multi-traffic on communication networks. Springer-Verlag, 2010.
3. Melikov A., Ponomarenko L. Multidimensional queueing models in telecommunication networks. Springer-Verlag, 2014.
4. Naumov V., Gaidamaka Y., Yarkina N., Samuylov K.E. Matrix and analytical methods for performance analysis of telecommunication systems. Springer-Verlag, 2022.
5. Melikov A.Z., Fattakhova M.I. Numerical approach to performance analysis of multi-parametric CAC in wireless networks // In Melikov A (Ed.) Cellular networks. Positioning, Performance Analysis, Reliability. Intech, 2011. P.169-192.

UDK 517.928

## KVAZI XƏTLİ SƏRHƏD ŞƏRTLƏRİ DAXİLİNDƏ BİR SPEKTRAL MƏSƏLƏNİN MƏXSUSİ ƏDƏDLƏRİNİN ASİMTOTİKASININ TAPILMASI

S.Z ƏHMƏDOV\*, S.T ƏLƏSGƏROVA \*\* R.A QASIMOV\*\*\*

\*Bakı Dövlət Universiteti

\*\*Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universiteti

Lənkəran Dövlət Universiteti\*\*\*

salehmedov0@gmail.com, sabina.alesgerova75@gmail.com, Resid5757@mail.ru

### XÜLASƏ

İş dörd tərtibli parametrdən asılı tənlik üçün bir sərhəd məsələsinin xarakteristik determinantının sıfırlarının asimptotikasının tapılmasına həsr olunmuşdur. Sıfırların daha dəqiq asimptotik göstərilişi qurulmuşdur. Sərhəd şərtləri ümumi şəkilli qeyri lokal xətti bircins sərhəd şərtlərindən ibarətdir. Əvvəlcə kompleks parametrdən asılı tənliyin fundamental həlləri tapılmışdır, sonra isə bu həllərdən istifadə edərək tənliyin ümumi həlli qurulmuş və bu ümumi həlli və onun üçüncü tərtibə qədər törəmələrini sərhəd şərtlərində nəzərə almaqla məsələnin qeyri lokal sərhəd şərtləri daxilində Qrin funksiyası qurulmuşdur. Qrin funksiyasının təşkil edən xarakteristik determinantın baş hissəsi tapılmışdır. Baş hissəsini taparkən elə cəbri şərtlər seçilmişdir ki, baş hissəni təşkil edən eksponensial funksiyaların əmsallarını təşkil edən çoxhədlilərin dərəcələri bir birindən fərqli

olsun. Baxdığımız işdə bu çoxhədlilərdən birinin dərəcəsi digərindən bir vahid çox olması ilə məxsusi ədədlərin asimptotikasını tapılmasına nail olmuşuq. Bu da sərhəd şərtlərin sanki rəqulyar olmasını təmin edir. Qeyd edək ki rəqulyar sərhəd şərtləri daxilində məxsusi ədədlərin asimptotikasını bir çox alimlər tərəfindən tapılmasına baxmayaraq sanki rəqulyar sərhəd şərtləri daxilində baxılan məsələnin məxsusi ədədlərinin asimptotikasının tapılması yenidir. Rəqulyar sərhəd şərtləri daxilində məxsusi ədədlərinin asimptotikasının düzülüşü müəyyən düz xətti özündə saxlayan zolaqda yerləşirdisə sanki rəqulyar sərhəd şərtləri daxilində məxsusi ədədlərinin asimptotikasının düzülüşü loqarifmik əyrinin özündə saxlayan çoxluqda yerləşir.

**Açar sözlər:** fundamental həll, asimptotika, analitik funksiya, Vronski determinantı, asimptotik düstur.

### FINDING THE ASYMPTOTICS OF THE EIGENVALUES OF A SPECTRAL PROBLEM WITH QUASIREGULAR BOUNDARY CONDITIONS

#### ABSRTACT

The work is devoted to finding the asymptotics of the zeros of the characteristic determinant of a boundary value problem for an equation dependent on four order parameters. A more accurate asymptotic representation of zeros has been established. Boundary conditions are general non-local linear homogeneous boundary conditions. First, fundamental solutions of the complex parameter-dependent equation were found, and then a general solution of the equation was constructed using these solutions, and a Green function was constructed within the non-local boundary conditions of the problem, taking into account this general solution and its derivatives up to the third order. The main part of the characteristic determinant of the Green function has been found. When finding the main part, such algebraic conditions were chosen that the degrees of the polynomials forming the coefficients of the exponential functions that make up the main part are different from each other. In our study, we have managed to find the asymptotics of special numbers by the fact that the degree of one of these polynomials is one unit greater than the other. This ensures that border conditions are almost regular. It should be noted that although many scientists have found the asymptotics of eigenvalues within regular boundary conditions, it seems that the asymptotics of eigenvalues within the regular boundary conditions is new. If the arrangement of the asymptotics of eigenvalues within a regular boundary condition is in a line containing a certain straight line, it is as if the arrangement of the asymptotics of eigenvalues within a quasi regular boundary condition is in a set containing a logarithmic curve.

**Keywords:** fundamental solution, asymptotics, analytical function, Vronsky determinant, asymptotic formula.

НАХОЖДЕНИЕ АСИМПТОТИКИ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ ОДНОЙ СПЕКТРАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ С КВАЗИРЕГУЛЯРНЫМИ ГРАНИЧНЫМИ УСЛОВИЯМИ

РЕЗЮМЕ

Работа посвящена нахождению асимптотики нулей характеристического определителя краевой задачи для уравнения, зависящего от четырех параметров порядка. Установлено более точное асимптотическое представление нулей. Граничные условия — это общие нелокальные линейные однородные граничные условия. Сначала были найдены фундаментальные решения комплексного уравнения, зависящего от параметра, а затем по этим решениям построено общее решение уравнения и построена функция Грина в нелокальных краевых условиях задачи с учетом этого общего решения и его производные до третьего порядка. Найдена главная часть характеристического определителя функции Грина. При нахождении главной части выбирались такие алгебраические условия, чтобы степени многочленов, образующих коэффициенты показательных функций, составляющих главную часть, отличались друг от друга. В нашем исследовании нам удалось найти асимптотику специальных чисел по тому, что степень одного из этих многочленов на единицу больше, чем у другого. Это обеспечивает почти регулярные пограничные условия. Следует отметить, что хотя многие ученые нашли асимптотику собственных значений в пределах регулярных граничных условий, кажется, что асимптотика собственных значений в пределах регулярных граничных условий является новой. Если расположение асимптотики собственных значений в пределах регулярного краевого условия находится в строке, содержащей некоторую прямую, то это как если бы расположение асимптотики собственных значений в пределах почти регулярного краевого условия находилось в множестве, содержащем логарифмическое изгиб.

**Ключевые слова:** фундаментальное решение, асимптотика, аналитическая функция, определитель Вронского, асимптотическая формула.

Kompleks parametrdən asılı dördüncü tərtib adi diferensial tənlik üçün ümumi şəkilli xətti sərhəd şərtli aşağıdakı sərhəd məsələsinə baxaq :

$$py^{IV} - q\lambda^2 y'' + \lambda^4 y = 0, \quad 0 < x < 1, \quad (1)$$

$$\begin{aligned} L_1(y) &\equiv \sum_{k=1}^4 \alpha_{1k} y^{(k-1)}(x, \lambda) \Big|_{x=0} + \sum_{k=1}^4 \beta_{1k} y^{(k-1)}(x, \lambda) \Big|_{x=1} = 0, \\ L_2(y) &\equiv \sum_{k=1}^4 \alpha_{2k} y^{(k-1)}(x, \lambda) \Big|_{x=0} + \sum_{k=1}^4 \beta_{2k} y^{(k-1)}(x, \lambda) \Big|_{x=1} = 0, \\ L_3(y) &\equiv \sum_{k=1}^4 \alpha_{3k} y^{(k-1)}(x, \lambda) \Big|_{x=0} + \sum_{k=1}^4 \beta_{3k} y^{(k-1)}(x, \lambda) \Big|_{x=1} = 0, \\ L_4(y) &\equiv \sum_{k=1}^4 \alpha_{4k} y^{(k-1)}(x, \lambda) \Big|_{x=0} + \sum_{k=1}^4 \beta_{4k} y^{(k-1)}(x, \lambda) \Big|_{x=1} = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

Burada  $p, q, \alpha_{mn}, \beta_{mn}$  ( $m, n=1, 2, 3, 4$ ) ədədləri kompleks sabitləridir. Spektral məsələnin (1) tənliyinə uyğun Birkhof mənadada xarakteristik tənliyinin kökləri aşağıdakı kimidir:

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \sqrt{\frac{q - \sqrt{q^2 - 4p}}{2p}} & \omega_3 &= \sqrt{\frac{q + \sqrt{q^2 - 4p}}{2p}} \\ \omega_2 &= -\sqrt{\frac{q - \sqrt{q^2 - 4p}}{2p}} & \omega_4 &= -\sqrt{\frac{q + \sqrt{q^2 - 4p}}{2p}} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \omega_1 &= |\omega_1| e^{i\psi_1}, & \psi_1 &= \arg \omega_1, & \omega_2 &= -\omega_1 \\ \omega_3 &= |\omega_3| e^{i\psi_3}, & \psi_3 &= \arg \omega_3, & \omega_4 &= -\omega_3 \end{aligned}$$

Parametrdən asılı (1) tənliyinin fundamental həllərinin asimptotikasını qurmaq üçün  $\lambda$  kompleks müstəvisini  $\text{Re}[\omega_n - \omega_k] \lambda = 0$  düz xətləri ilə ( $n \neq k, n, k=1, 4$ ) elə sektorlara bölək



ki, həmin sektorlarda  $\operatorname{Re}(\omega_n - \omega_k)\lambda$  ifadəsi öz işarəsini saxlasın. Burada aşağıdakı bərabərsizliklərin ödənməsi fərz olunur.

$$\operatorname{Re} p > 0, \quad \operatorname{Re} q < 0, \quad 0 < \psi_1 < \psi_3 < \frac{\pi}{4} \quad \text{və} \quad |\omega_3| \sin \psi_3 - |\omega_1| \sin \psi_1 > 0$$

Asanlıqla yoxlamaq olar ki, bu sektorlar sayca səkkiz olub aşağıdakı kimi təyin olunur [4].

$$\begin{aligned} S_1 &= \{\lambda \mid \operatorname{Re}(\omega_1 - \omega_4)\lambda < 0, \operatorname{Re}(\omega_1 - \omega_2)\lambda > 0\}, \\ S_2 &= \{\lambda \mid \operatorname{Re}(\omega_3 - \omega_4)\lambda < 0, \operatorname{Re}(\omega_1 - \omega_4)\lambda > 0\}, \\ S_3 &= \{\lambda \mid \operatorname{Re}(\omega_2 - \omega_4)\lambda < 0, \operatorname{Re}(\omega_1 - \omega_3)\lambda > 0\}, \\ S_4 &= \{\lambda \mid \operatorname{Re}(\omega_1 - \omega_3)\lambda < 0, \operatorname{Re}(\omega_1 - \omega_2)\lambda > 0\}, \\ S_5 &= \{\lambda \mid \operatorname{Re}(\omega_1 - \omega_2)\lambda < 0, \operatorname{Re}(\omega_1 - \omega_4)\lambda > 0\}, \\ S_6 &= \{\lambda \mid \operatorname{Re}(\omega_1 - \omega_4)\lambda < 0, \operatorname{Re}(\omega_3 - \omega_4)\lambda > 0\}, \\ S_7 &= \{\lambda \mid \operatorname{Re}(\omega_1 - \omega_3)\lambda < 0, \operatorname{Re}(\omega_2 - \omega_4)\lambda > 0\}, \\ S_8 &= \{\lambda \mid \operatorname{Re}(\omega_1 - \omega_2)\lambda < 0, \operatorname{Re}(\omega_1 - \omega_3)\lambda > 0\}. \end{aligned} \quad (4)$$

Bir tənliyin fundamental həlləri

$$\frac{d^k y_m(x, \lambda)}{dx^k} = (\lambda \omega_m)^k \exp[\lambda \omega_m x], \quad m = \overline{1, 4}, k = \overline{0, 3}.$$

kimi təyin olunur.

Spektral məsələnin Qrin funksiyası bu şəkildədir [2].

$$G(x, \xi, \lambda) = \frac{\Delta(x, \xi, \lambda)}{\Delta(\lambda)}$$

Burada  $\Delta(\lambda)$  funksiyası, Qrin funksiyasının xarakteristik determinantı adlanır və

$$\Delta(\lambda) = \begin{vmatrix} L_1(y_1(x, \lambda)) & L_1(y_2(x, \lambda)) & L_1(y_3(x, \lambda)) & L_1(y_4(x, \lambda)) \\ L_2(y_1(x, \lambda)) & L_2(y_2(x, \lambda)) & L_2(y_3(x, \lambda)) & L_2(y_4(x, \lambda)) \\ L_3(y_1(x, \lambda)) & L_3(y_2(x, \lambda)) & L_3(y_3(x, \lambda)) & L_3(y_4(x, \lambda)) \\ L_4(y_1(x, \lambda)) & L_4(y_2(x, \lambda)) & L_4(y_3(x, \lambda)) & L_4(y_4(x, \lambda)) \end{vmatrix}$$

kimi təyin olunur. Bu determinantlarda iştirak edən  $y_1(x, \lambda), y_2(x, \lambda), y_3(x, \lambda)$  və  $y_4(x, \lambda)$  funksiyaları (1) tənliyinin fundamental həlləridir.

$\Delta(\lambda)$  determinantını aşağıdakı şəkildə yazmaq:

$$\Delta(\lambda) = \begin{vmatrix} A_{11}(\lambda) + B_{11}(\lambda)e^{\lambda\omega_1} & \dots & A_{14}(\lambda) + B_{14}(\lambda)e^{\lambda\omega_4} \\ \dots & \dots & \dots \\ A_{41}(\lambda) + B_{41}(\lambda)e^{\lambda\omega_1} & \dots & A_{44}(\lambda) + B_{44}(\lambda)e^{\lambda\omega_4} \end{vmatrix}.$$

burada  $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$  Birkhof mənadada xarakteristik tənliyin kökləri olub (3) düsturları ilə təyin olunurlar.

$$A_{nk}(\lambda) = \sum_{p=1}^4 \alpha_{np}(\omega_k \lambda)^{p-1}$$

$$B_{nk}(\lambda) = \sum_{p=1}^4 \beta_{np}(\omega_k \lambda)^{p-1}.$$

Elementar çevirmələrin köməyi ilə  $\Delta(\lambda)$  xarakteristik determinantını aşağıdakı kimi yazmaq olar:

$$\begin{aligned} \Delta(\lambda) = & D_{13}(\lambda)e^{\lambda(\omega_1+\omega_3)} + D_{14}(\lambda)e^{\lambda(\omega_1+\omega_4)} + D_{23}(\lambda)e^{\lambda(\omega_2+\omega_3)} + \\ & + D_{24}(\lambda)e^{\lambda(\omega_2+\omega_4)} + D_1(\lambda)e^{\lambda\omega_1} + D_2(\lambda)e^{\lambda\omega_2} + D_3(\lambda)e^{\lambda\omega_3} + \\ & + D_4(\lambda)e^{\lambda\omega_4} + D_0(\lambda). \end{aligned}$$

Xarakteristik  $\Delta(\lambda)$  determinantında iştirak edən  $D_{kj}(\lambda)$ , ( $k=1,2; j=3,4$ ) və  $D_k(\lambda)$ , ( $k=\overline{0,4}$ ) funksiyaları aşağıdakı şəkildə təyin olunur:

$$D_{ij}(\lambda) = \sum_{k=2}^{10} d_{ij}^k \lambda^k, \quad (i, j) = \{(1,3), (1,4), (2,3), (2,4)\},$$

$$D_i(\lambda) = \sum_{k=3}^9 d_i^k \lambda^k, \quad i = \overline{1,4},$$

$$D_0(\lambda) = d_0^2 \lambda^2 + d_0^4 \lambda^4 + d_0^6 \lambda^6 + d_0^8 \lambda^8 + d_0^{10} \lambda^{10}$$

Burada  $d_{mj}^k$  ( $k=\overline{2,10}; m=1,2; j=3,4$ ),  $d_i^p$  ( $i=\overline{1,4}, p=\overline{3,9}$ ),  $d_0^q$  ( $q=\overline{1,5}$ ) kəmiyyətləri sərhəd şərtlərinin əmsallarından, Birkhof mənadında xarakteristik tənliyin  $\omega_i$  ( $i=\overline{1,4}$ ) köklərindən və spektral məsələnin tənliyinin əmsallarından ibarət müəyyən ifadələrdir. Əvvəlcə aşağıdakı lemmanı isbat edək.

**Lemma.** Tutaq ki,  $0 < \psi_1 < \psi_3 < \frac{\pi}{4}$  və  $|\omega_3| \sin \psi_3 - |\omega_1| \sin \psi_1 > 0$   $\text{Re } p > 0, \text{Re } q < 0$ , şərtləri ödənilir.

$$\lambda \in \Pi_1(\lambda, \psi_1) = \left\{ \lambda \mid L(\psi_1) - \delta < \lambda_2 - \lambda_1 k_1 < L(\psi_1) + \delta, \lambda_1 > R \right\}$$

olduqda  $\Delta(\lambda)$  – xarakteristik determinantının baş hissəsi

$$\Delta_1(\lambda) = D_{14}(\lambda)e^{\lambda(\omega_1+\omega_4)} + D_{24}(\lambda)e^{\lambda(\omega_2+\omega_4)} + D_4(\lambda)e^{\lambda\omega_4} \quad (5)$$

şəklindədir. Burada

$$\begin{aligned} D_{14}(\lambda) &= d_{14}^{10} \lambda^{10} + d_{14}^9 \lambda^9 + \dots + d_{14}^2 \lambda^2, \\ D_{24}(\lambda) &= d_{24}^{10} \lambda^{10} + d_{24}^9 \lambda^9 + \dots + d_{24}^2 \lambda^2, \\ D_4(\lambda) &= d_4^9 \lambda^9 + d_4^8 \lambda^8 + \dots + d_4^3 \lambda^3, \\ d_{14}^{10} &= -(\omega_1^6 \omega_3^4 + 2\omega_1^5 \omega_3^5 + \omega_1^4 \omega_3^6) L(\alpha_3, \alpha_4, \beta_3, \beta_4), \\ d_{24}^{10} &= (\omega_1^6 \omega_3^4 - 2\omega_1^5 \omega_3^5 + \omega_1^4 \omega_3^6) L(\alpha_3, \alpha_4, \beta_3, \beta_4), \end{aligned}$$

Burada  $R$  – kifayət qədər böyük ədəd,  $\delta > 0$ ,  $L(\psi_1) = \frac{\ln|T|}{|\omega_1| \cos \psi_1}$ ,  $T \neq 0$ ,  $k_1 = \text{ctg } \psi_1$ .

**İsbatı:** Lemmanı isbat etmək məqsədilə aşağıdakı işarələmələri qəbul edək.

$$k_2 = \frac{|\omega_3| \cos \psi_3 - |\omega_1| \cos \psi_1}{|\omega_3| \sin \psi_3 - |\omega_1| \sin \psi_1}, \quad k_1 = \frac{\cos \psi_1}{\sin \psi_1}, \quad \text{Re } \lambda = \lambda_1, \text{Im } \lambda = \lambda_2$$

$$k_3 = \frac{\cos \psi_3}{\sin \psi_3}, \quad k_4 = \frac{|\omega_1| \cos \psi_1 + |\omega_3| \cos \psi_3}{|\omega_1| \sin \psi_1 + |\omega_3| \sin \psi_3}.$$

Xarakteristik  $\Delta(\lambda)$  determinantının sıfırlarının asimptotik göstərilişini müəyyənləşdirək. Bunun üçün əvvəlcə  $\lambda$  kompleks müstəvisində elə nöqtələr çoxluğu müəyyən edək ki, həmin çoxluqda  $\Delta(\lambda)$  xarakteristik determinantının ifadəsində iştirak edən üstlü funksiyaların sayı birdən çox, onların həqiqi hissələri isə bərabər olmaqla yanaşı ən böyük olsun. Belə çoxluqlar  $\lambda$  – kompleks müstəvisində müəyyən yarım düz xətləri özündə saxlayan yarımzolaqlardan ibarətdir. Bu yarım düz xətləri təyin etmək üçün  $\Delta(\lambda)$  determinantının ifadəsində iştirak edən funksiyaların həqiqi hissələrini cüt-cüt bərabərləşdirilib elə yarım düz xətlər götürmək kifayətdir ki, bu yarım düz xətləri özündə saxlayan yarımzolaqlarda üstlü funksiyaların sayı birdən çox, onların həqiqi hissələri isə bərabər olmaqla yanaşı ən böyük olsun[3].

Xarakteristik determinantın baş hissəsini tapmaq məqsədilə müəyyən elementar çevirmələri aparaq:

$$\operatorname{Re} \lambda(\omega_1 + \omega_3) = \operatorname{Re} \lambda(\omega_2 + \omega_3) \text{ münasibətində } \omega_2 = -\omega_1 \text{ bərabərliyini nəzərə alsaq}$$

$$\lambda_2 = \lambda_1 \operatorname{ctg} \psi_1. \text{ olduğu alınar. Bu tənlikdə } k_1 = \operatorname{ctg} \psi_1 \text{ olduğunu nəzərə alsaq } \lambda_2 = k_1 \lambda_1$$

düz xətti alınar. Bu düz xətti öz daxilində saxlayan  $\Pi_1(\lambda, \psi_1)$  yarımzolağında

$\Delta(\lambda)$  – xarakteristik determinantının baş hissəsini ayıraq.

Bunun üçün əvvəlcə  $\lambda \in \Pi_1(\lambda, \psi_1)$  olduqda  $\operatorname{Re} \lambda(\omega_i + \omega_k)$ , ( $i=1,2; k=3,4$ ) və  $\operatorname{Re} \lambda \omega_k$  ( $k=1,4$ ) funksiyalarının qiymətlərini müqayisə edək. Müəyyənlik üçün  $\Pi_1(\lambda, \psi_1)$  yarımzolağında yerləşən  $\lambda_2 = k_1 \lambda_1$  düz xətti üzərində bu funksiyaların qiymətlərini hesablayaq.

$$\operatorname{Re} \omega_2 \lambda \Big|_{\lambda_2=k_1 \lambda_1} = -\operatorname{Re} \omega_1 \lambda \Big|_{\lambda_2=k_1 \lambda_1} = 0,$$

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} \omega_3 \lambda \Big|_{\lambda_2=k_1 \lambda_1} &= (\lambda_1 \operatorname{Re} \omega_3 - \lambda_2 \operatorname{Im} \omega_3) \Big|_{\lambda_2=k_1 \lambda_1} = \frac{\lambda_1}{\sin \psi_1} (\sin \psi_1 \operatorname{Re} \omega_3 - \cos \psi_1 \operatorname{Im} \omega_3) = \infty \\ &= \frac{\lambda_1 |\omega_3|}{\sin \psi_1} (\sin \psi_1 \cos \psi_3 - \cos \psi_1 \sin \psi_3) = -\frac{\lambda_1 |\omega_3|}{\sin \psi_1} \sin(\psi_3 - \psi_1), \end{aligned}$$

$$0 < \psi_1 < \psi_3 < \frac{\pi}{4} \text{ şərtinin ödəndiyini nəzərə alsaq, onda}$$

$$\operatorname{Re} \omega_3 \lambda \Big|_{\lambda_2=k_1 \lambda_1} = -\frac{\lambda_1 |\omega_3|}{\sin \psi_1} \sin(\psi_3 - \psi_1) < 0$$

olduğu alınar. Analoji qaydada aşağıdakı bərabərsizlikləri alırıq:

$$\operatorname{Re} \omega_4 \lambda \Big|_{\lambda_2=k_1 \lambda_1} = -\operatorname{Re} \omega_3 \lambda \Big|_{\lambda_1=k_2 \lambda_1} = \frac{\lambda_1 |\omega_3|}{\sin \psi_1} \sin(\psi_3 - \psi_1) > 0,$$

$$\operatorname{Re}(\omega_1 + \omega_3) \lambda \Big|_{\lambda_2=k_1 \lambda_1} = -\frac{\lambda_1 |\omega_3|}{\sin \psi_1} \sin(\psi_3 - \psi_1) < 0,$$

$$\operatorname{Re}(\omega_1 + \omega_4) \lambda \Big|_{\lambda_2=k_1 \lambda_1} = \frac{\lambda_1}{\sin \psi_1} (\sin \psi_1 (|\omega_1| \cos \psi_1 - |\omega_3| \cos \psi_3) - \cos \psi_1 (|\omega_1| \sin \psi_1 - |\omega_3| \sin \psi_3)) =$$

$$= \frac{\lambda_1 |\omega_3|}{\sin \psi_1} \sin(\psi_3 - \psi_1) > 0,$$

$$\operatorname{Re}(\omega_2 + \omega_3)\lambda \Big|_{\lambda_2=k_1\lambda_1} = -\operatorname{Re}(\omega_1 + \omega_4)\lambda \Big|_{\lambda_2=k_1\lambda_1} = -\frac{\lambda_1 |\omega_3|}{\sin \psi_3} \sin(\psi_3 - \psi_1) < 0,$$

$$\operatorname{Re}(\omega_2 + \omega_4)\lambda \Big|_{\lambda_2=k_1\lambda_1} = -\operatorname{Re}(\omega_1 + \omega_3)\lambda \Big|_{\lambda_2=k_1\lambda_1} = \frac{\lambda_1 |\omega_3|}{\sin \psi_1} \sin(\psi_3 - \psi_1) > 0.$$

Bu mühakimələri ümumiləşdirməklə  $\lambda \in \Pi_1(\lambda, \psi_1)$  yarımzolağında yerləşən

$\lambda_2 = \lambda_1 \operatorname{ctg} \psi_1$  ( $\lambda_1 > R$ ) yarım düz xətti üzərində aşağıdakı kimi qiymətləndirmələr alınır:

$$\operatorname{Re} \lambda (\omega_1 + \omega_3) \Big|_{\lambda_2=k_1\lambda_1} = \operatorname{Re} \lambda (\omega_2 + \omega_3) \Big|_{\lambda_2=k_1\lambda_1} = \operatorname{Re} \lambda \omega_3 \Big|_{\lambda_2=k_1\lambda_1} < 0,$$

$$\operatorname{Re} \lambda \omega_1 \Big|_{\lambda_2=k_1\lambda_1} = \operatorname{Re} \lambda \omega_2 \Big|_{\lambda_2=k_1\lambda_1} = 0,$$

$$\operatorname{Re} \lambda (\omega_1 + \omega_4) \Big|_{\lambda_2=k_1\lambda_1} = \operatorname{Re} \lambda (\omega_2 + \omega_4) \Big|_{\lambda_2=k_1\lambda_1} = \operatorname{Re} \lambda \omega_4 \Big|_{\lambda_2=k_1\lambda_1} > 0.$$

Bu isə onu göstərir ki,  $\lambda \in \Pi_1(\lambda, \psi_1)$  yarımzolağında  $\Delta(\lambda)$  xarakteristik determinantının baş hissəsi (5) düsturu ilə təyin olunur. Ruşə teoremindən istifadə etməklə  $\Delta_1(\lambda) = 0$  və  $\Delta(\lambda) = 0$  tənliklərinin  $\Pi_1(\lambda, \psi_1)$  köklərinin sayının eyni olması və bu köklərin  $|\lambda|$ -nin böyük qiymətlərində bir-birindən qiymətcə az fərqlənməsi nəticəsinə gələ bilərik.

Lemma isbat olundu.

Kvazi requlyar şərtləri daxilində məxsusi həllərin asimtotikasını tapmaq məqsədilə aşağıdakı kimi işarələmələri aparaq:

$$L(\alpha_3, \alpha_4, \beta_3, \beta_4) = \begin{vmatrix} \alpha_{31} & \alpha_{41} & \beta_{31} & \beta_{41} \\ \alpha_{32} & \alpha_{42} & \beta_{32} & \beta_{42} \\ \alpha_{33} & \alpha_{43} & \beta_{33} & \beta_{43} \\ \alpha_{34} & \alpha_{44} & \beta_{34} & \beta_{44} \end{vmatrix},$$

$$L(\alpha_2, \alpha_4, \beta_3, \beta_4) = \begin{vmatrix} \alpha_{21} & \alpha_{41} & \beta_{31} & \beta_{41} \\ \alpha_{22} & \alpha_{42} & \beta_{32} & \beta_{42} \\ \alpha_{23} & \alpha_{43} & \beta_{33} & \beta_{43} \\ \alpha_{24} & \alpha_{44} & \beta_{34} & \beta_{44} \end{vmatrix},$$

$$L(\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \beta_4) = \begin{vmatrix} \alpha_{21} & \alpha_{31} & \alpha_{41} & \beta_{41} \\ \alpha_{22} & \alpha_{32} & \alpha_{42} & \beta_{42} \\ \alpha_{23} & \alpha_{33} & \alpha_{43} & \beta_{43} \\ \alpha_{24} & \alpha_{34} & \alpha_{44} & \beta_{44} \end{vmatrix}, \quad L(\alpha_3, \alpha_4, \beta_2, \beta_4) = \begin{vmatrix} \alpha_{31} & \alpha_{41} & \beta_{21} & \beta_{41} \\ \alpha_{32} & \alpha_{42} & \beta_{22} & \beta_{42} \\ \alpha_{33} & \alpha_{43} & \beta_{23} & \beta_{43} \\ \alpha_{34} & \alpha_{44} & \beta_{24} & \beta_{44} \end{vmatrix},$$

$$L(\alpha_4, \beta_2, \beta_3, \beta_4) = \begin{vmatrix} \alpha_{41} & \beta_{21} & \beta_{31} & \beta_{41} \\ \alpha_{42} & \beta_{22} & \beta_{32} & \beta_{42} \\ \alpha_{43} & \beta_{23} & \beta_{33} & \beta_{43} \\ \alpha_{44} & \beta_{24} & \beta_{34} & \beta_{44} \end{vmatrix}.$$

$$d_{14}^9 = (\omega_1^6 \omega_3^3 + \omega_1^5 \omega_3^4 - \omega_1^4 \omega_3^5 - \omega_1^3 \omega_3^6)(L(\alpha_3, \alpha_4, \beta_2, \beta_4) - L(\alpha_2, \alpha_4, \beta_3, \beta_4)),$$

$$d_{24}^9 = (\omega_1^6 \omega_3^3 - \omega_1^4 \omega_3^5 - \omega_1^5 \omega_3^4 + \omega_1^3 \omega_3^6)(L(\alpha_2, \alpha_4, \beta_3, \beta_4) - L(\alpha_3, \alpha_4, \beta_2, \beta_4)),$$

$$d_4^9 = 2(\omega_1^5 \omega_3^4 - \omega_1^3 \omega_3^6)(L(\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \beta_4) + L(\alpha_4, \beta_2, \beta_3, \beta_4)).$$

$$d_{14}^8 = (\omega_1^5 \omega_3^3 + 2\omega_1^4 \omega_3^4 + \omega_1^3 \omega_3^5)(L(\alpha_2, \alpha_3, \beta_3, \beta_4) + L(\alpha_3, \alpha_4, \beta_2, \beta_3)) - \\ - (\omega_1^6 \omega_3^2 + \omega_1^3 \omega_3^5 + \omega_1^5 \omega_3^3 + \omega_1^2 \omega_3^6)(L(\alpha_3, \alpha_4, \beta_1, \beta_4) + L(\alpha_1, \alpha_4, \beta_3, \beta_4)) + \\ + (\omega_1^6 \omega_3^2 - 2\omega_1^4 \omega_3^4 + \omega_1^2 \omega_3^6)L(\alpha_2, \alpha_4, \beta_2, \beta_4)$$

$$d_{24}^8 = (\omega_1^5 \omega_3^3 - 2\omega_1^4 \omega_3^4 + \omega_1^3 \omega_3^5)(L(\alpha_2, \alpha_3, \beta_3, \beta_4) + L(\alpha_3, \alpha_4, \beta_2, \beta_3)) + \\ + (\omega_1^6 \omega_3^2 - \omega_1^3 \omega_3^5 - \omega_1^5 \omega_3^3 + \omega_1^2 \omega_3^6)(L(\alpha_1, \alpha_4, \beta_3, \beta_4) + L(\alpha_3, \alpha_4, \beta_1, \beta_4)) + \\ + (-\omega_1^6 \omega_3^2 + 2\omega_1^4 \omega_3^4 - \omega_1^2 \omega_3^6)L(\alpha_2, \alpha_4, \beta_2, \beta_4)$$

$$d_4^8 = 2(\omega_1^5 \omega_3^3 - \omega_1^3 \omega_3^5)(L(\alpha_1, \alpha_3, \alpha_4, \beta_4) - L(\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \beta_3)) + \\ + L(\alpha_3, \beta_2, \beta_3, \beta_4) - L(\alpha_4, \beta_1, \beta_3, \beta_4))$$

$$d_{13}^9 = (\omega_1^3 \omega_3^6 - \omega_1^4 \omega_3^5 - \omega_1^5 \omega_3^4 + \omega_1^6 \omega_3^3)(L(\alpha_3, \alpha_4, \beta_2, \beta_4) - L(\alpha_2, \alpha_4, \beta_3, \beta_4)),$$

$$d_1^9 = 2(\omega_1^6 \omega_3^3 - \omega_1^4 \omega_3^5)(L(\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \beta_4) + L(\alpha_4, \beta_2, \beta_3, \beta_4)).$$

şəklindədir.

Burada

$$d_{13}^8 = (\omega_1^2 \omega_3^6 - \omega_1^3 \omega_3^5 - \omega_1^5 \omega_3^3 + \omega_1^6 \omega_3^2)(L(\alpha_3, \alpha_4, \beta_1, \beta_4) + L(\alpha_1, \alpha_4, \beta_3, \beta_4)) + \\ + (\omega_1^3 \omega_3^5 - 2\omega_1^4 \omega_3^4 + \omega_1^5 \omega_3^3)(L(\alpha_2, \alpha_3, \beta_3, \beta_4) + L(\alpha_3, \alpha_4, \beta_2, \beta_3)) + \\ + (-\omega_1^2 \omega_3^6 + 2\omega_1^4 \omega_3^4 - \omega_1^6 \omega_3^2)L(\alpha_2, \alpha_4, \beta_2, \beta_4)$$

$$d_1^8 = 2 \left[ \omega_1^3 \omega_3^5 - \omega_1^5 \omega_3^3 \right] [L(\alpha_1, \alpha_3, \alpha_4, \beta_4) - L(\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \beta_3) - \\ - L(\alpha_4, \beta_1, \beta_3, \beta_4) + L(\alpha_3, \beta_2, \beta_3, \beta_4)]$$

Birinci tərtib sanki requlyar sərhəd şərtləri daxilində  $\Delta(\lambda) = 0$  tənliyinin köklərinin asimptotikasını quraq. İndi isə  $\Pi_1(\lambda, \psi_1)$  yarımzolağında  $\Delta_1(\lambda) = 0$  tənliyinin köklərinin asimptotikası üçün aşağıdakı teoremi isbat edək.

**Teorem .** Tutaq ki, (1) tənliyinin və (2) sərhəd şərtlərinin əmsalları aşağıdakı şərtləri ödəyir.

$$\operatorname{Re} p > 0, \quad \operatorname{Re} q < 0,$$

$$L(\alpha_3, \alpha_4, \beta_3, \beta_4) = 0, \quad L(\alpha_3, \alpha_4, \beta_2, \beta_4) - L(\alpha_2, \alpha_4, \beta_3, \beta_4) = 0,$$

$$L(\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \beta_4) + L(\alpha_4, \beta_2, \beta_3, \beta_4) \neq 0$$

şərtlərini ödəməklə yanaşı

$L(\alpha_2, \alpha_4, \beta_2, \beta_4), L(\alpha_2, \alpha_3, \beta_3, \beta_4) + L(\alpha_3, \alpha_4, \beta_2, \beta_3)$  və  $L(\alpha_3, \alpha_4, \beta_1, \beta_4) + L(\alpha_1, \alpha_4, \beta_3, \beta_4)$  kəmiyyətlərdən heç olmazsa biri sıfırdan fərqlidir. Onda  $\Delta_1(\lambda) = 0$  tənliyinin köklərinin asimptotikası

$$\lambda_{k\nu} = -\frac{1}{2\omega_k} \left\{ \ln \left| \frac{\pi\nu A_k}{\omega_k} \right| + i \left[ 2\pi\nu + \frac{\pi}{2} (2 - \operatorname{sgn} \nu) + \arg A_k \right] \right\} + O\left(\frac{\ln|\nu|}{\nu}\right), k=1,2, (-1)^k \nu \rightarrow +\infty$$

şəklindədir. Burada

$$A_1 = -\left( \frac{d_4^7}{2d_4^9 d_{14}^8} - \frac{d_{24}^8}{(d_4^9)^2} - \frac{d_4^7}{2d_{14}^8} \right)^{-1}, A_2 = \frac{d_4^9}{d_{14}^8}.$$

$d_4^7$  ədədi tənliyin və sərhəd şərtlərinin əmsallarından asılıdır.

**İsbati.** Məlumdur ki,  $\Pi_1(\lambda, \psi_1)$  yarımszolağında  $\Delta(\lambda)$  xarakteristik determinantının baş hissəsi olan  $\Delta_1(\lambda)$  funksiyası

$$\Delta_1(\lambda) = D_{14}(\lambda)e^{\lambda(\omega_1 + \omega_4)} + D_{24}(\lambda)e^{\lambda(\omega_2 + \omega_4)} + D_4(\lambda)e^{\lambda\omega_4}$$

şəkində təyin olunur. Teoremin şərtləri daxilində  $D_{14}(\lambda), D_{24}(\lambda)$  və  $D_4(\lambda)$  funksiyalarını müvafiq hesablamalarla aşağıdakı şəkildə yazmaq olar:

$$D_{14}(\lambda) = d_{14}^8 \lambda^8 + O(\lambda^7),$$

$$D_{24}(\lambda) = d_{24}^8 \lambda^8 + O(\lambda^7),$$

$$D_4(\lambda) = d_4^9 \lambda^9 + d_4^8 \lambda^8 + d_4^7 \lambda^7 + O(\lambda^6).$$

Bu əmsalları  $\Delta_1(\lambda) = 0$  tənliyindən nəzərə alsaq, alarıq.

$$\left[ d_{14}^8 + O\left(\frac{1}{\lambda}\right) \right] e^{\lambda\omega_1} + \left[ d_{24}^8 + O\left(\frac{1}{\lambda}\right) \right] e^{\lambda\omega_2} + \left[ d_4^9 \lambda + d_4^8 + d_4^7 \frac{1}{\lambda} + O\left(\frac{1}{\lambda^2}\right) \right] = 0$$

Bu tənlikdə  $\omega_2 = -\omega_1$  olduğunu nəzərə alsaq

$$\left[ d_{14}^8 + O\left(\frac{1}{\lambda}\right) \right] e^{2\omega_1 \lambda} + \left[ d_4^9 \lambda + d_4^8 + d_4^7 \frac{1}{\lambda} + O\left(\frac{1}{\lambda^2}\right) \right] e^{\omega_1 \lambda} + \left[ d_{24}^8 + O\left(\frac{1}{\lambda}\right) \right] = 0 \quad (6)$$

olduğu alınır. Aydındır ki, (6) tənliyi  $e^{\omega_1 \lambda}$  –ya nəzərən kvadrat tənlikdir. Bu tənlikdə diskriminant

$$D = \left[ d_4^9 \lambda + d_4^8 + d_4^7 \frac{1}{\lambda} + O\left(\frac{1}{\lambda^2}\right) \right]^2 - 4 \left[ d_{14}^8 + O\left(\frac{1}{\lambda}\right) \right] \left[ d_{24}^8 + O\left(\frac{1}{\lambda}\right) \right]$$

olduqda sadə hesablamalarla bu ifadəni

$$D^{\frac{1}{2}} = d_4^9 \lambda \left[ 1 + \frac{2d_4^8}{d_4^9} \lambda^{-1} + \frac{(d_4^8)^2 + 2d_4^9 d_4^7 - 4d_{14}^8 d_{24}^8}{(d_4^9)^2} \lambda^{-2} + O\left(\frac{1}{\lambda^3}\right) \right]^{\frac{1}{2}}.$$

kimi yazıla bilər.

(6) tənliyinin kökləri isə

$$e^{\omega_1 \lambda} = \frac{1}{2d_{14}^8 + O\left(\frac{1}{\lambda}\right)} \left[ - \left( d_4^9 \lambda + d_4^8 + d_4^7 \frac{1}{\lambda} + O\left(\frac{1}{\lambda^2}\right) \right) \pm D^{\frac{1}{2}} \right] \quad (7)$$

kimi təyin olunur. Sadə çevirmələr aparsaq alarıq.

$$e^{\omega_1 \lambda} = -\frac{d_4^9}{d_{14}^8} \lambda + O(1), \quad \lambda \in \Pi_1(\lambda, \psi_1), |\lambda| \rightarrow \infty,$$

$$e^{\omega_2 \lambda} = \left( \frac{d_4^7}{2d_4^9 d_{14}^8} - \frac{d_{24}^8}{(d_4^9)^2} - \frac{d_4^7}{2d_{14}^8} \right) \frac{1}{\lambda}, \quad \lambda \in \Pi_1(\lambda, \psi_1), |\lambda| \rightarrow \infty \quad (8)$$

Asanlıqla göstərmək olar ki,  $O(e^{\omega_2 \lambda}) = O(1), \lambda \in \Pi_1(\lambda, \psi_1), |\lambda| \rightarrow \infty$ . Köklər üçün tapılmış (7) və (8) düsturlarını

$$A_k \lambda e^{\omega_k \lambda} + 1 = 0, k = 1, 2 \quad (9)$$

şəklində yazıla bilər. Burada

$$A_1 = \left( \frac{-d_4^7}{2d_4^9 d_{14}^8} + \frac{d_{24}^8}{(d_4^9)^2} + \frac{d_4^7}{2d_{14}^8} \right)^{-1},$$

$$A_2 = \frac{d_4^9}{d_{14}^8}.$$

(9) şəklində yazılmış tənliyin köklərinin asimptotik ifadəsini qurmaq olar.

$$A_k \lambda e^{\omega_k \lambda} + 1 = 0, k = 1, 2$$

tənliyinin kökləri aşağıdakı şəkildədir:

$$\lambda_{k\nu} = -\frac{1}{2\omega_k} \left\{ \ln_0 \left[ -A_k \alpha_\nu \left( -\frac{\pi i \nu}{\omega_k} \right) \right] + 2\pi i \nu \right\}. \quad (10)$$

Burada

$$\alpha_\nu = 1 + \frac{\ln|\alpha_\nu|}{2\pi i \nu} + O[\ln|\nu|]$$

Köklərin (13) şəklində təyin olunan ifadəsində

$$\ln_0 \alpha_\nu = O[\ln|\nu|]$$

olduğunu nəzərə alsaq, (12) tənliyinin kökləri üçün

$$\lambda_{k\nu} = -\frac{1}{2\omega_k} \left\{ \ln \left( \left| A_k \frac{\pi}{\omega_k} \nu \right| \right) + i \left[ 2\pi \nu + \frac{\pi}{2} (2 - \operatorname{sgn} \nu) + \arg A_k \right] \right\} +$$

$$+ O[\ln|\nu|], (-1)^k \nu \rightarrow +\infty.$$

Teorem isbat olundu.

**ƏDƏBİYYAT**

1. Саговничий В.А Любишкин В.А. Регуляризованные суммы корней одного класса целых функций экспоненциального типа Докл. АН, СССР, 1981, т. 256, №4, с.794-798.
2. Расулов М.Л. Метод контурного интеграла. М.: Наука, 1964, 458 с.
3. Маммедов Ю.А., Ахмедов С.З. Исследование характеристического определителя, связанного с решением спектральной задачи Вестник БГУ, сер., физ-мат. наук, 2005, №2 ,с.5-12
4. Əhmədov S.Z., Ələsgərova S.T.  $\lambda$ -kompleks parametrindən asılı dördüncü tərtib tənliyin fundamental həllərinin asimptotikasının qurulması. Bakı Universitetinin xəbərləri, Fizika riyaziyyat elmləri seriyası 2012. №1, s.70-77.
5. Жданович В.Ф. Формулы для нулей полиномов Дирихле и квазиполиномов, ДАН СССР, 1960, т.135, № 5, с. 1046-1049.



УДК 621.373.13;621.373.54

## DİFERENSİAL TUTUM DUYĞACININ REZONANS TEZLİKLƏRİNİN POZUCUNUN YAXINLAŞMASINDAN ASILILIĞININ TƏDQIQI

R.N. NƏBİYEV, Q.İ. QARAYEV, R.R. RÜSTƏMOV

*Milli Aviasiya Akademiyası**Ruslan\_433@mail.ru*

### XÜLASƏ

Məqalədə, rəqəmsal məntiq elementlərində qurulan həssas elementli iki avtogenatorun diferensial tutum duyğacı qismində perimetrin mühafizə-xəbərdarlıq sistemlərində tətbiq edilməsinin mümkünlüyü laboratoriya şəraitində və açıq ərazidə yerinə yetirilən təcrübələrdə öyrənilmişdir. Təcrübələrdə avtogenatorların tezlik dəyişmələri yaxınlaşma məsafəsi və həssas elementlərin uzunluqlarından asılı olaraq tədqiq olunmuşdur. Göstərilən yaxınlaşmaların alınan nəticələrinə əsaslanaraq qeyd edilmişdir ki, obyektlərin perimetrlərinin mühafizə-xəbərdarlıq sistemlərində istifadə edilən diferensial tutum duyğacılarında məntiq elementlərində qurulmuş həssas elementli avtogenator sxemlərinin tətbiqi mümkündür.

Həssas elementlərin uzunluqlarından asılı olmayaraq diferensial tutum duyğacılarının ətraf mühitin dəyişməsinə adaptasiya olunmasının avtomatik yerinə yetirilmə xüsusiyyəti vurğulanmışdır. Uzunluqları 6 m-ə qədər olanda həssas elementlərin avtogenatorlara toplanmış parametrlili, 6 m-dən böyük uzunluqlarda isə paylanmış parametrlili element kimi qoşulduğu müəyyənləşdirilmişdir.

**Açar sözlər:** aviasiya təhlükəsizliyi, mühafizə-xəbərdarlıq sistemi, diferensial tutum duyğacı, avtogenator sxemi, rezonans tezliyi, həssas element.

### THE STUDY OF DEPENDENCE OF THE RESONANCE FREQUENCIES OF DIFFERENTIAL SENSOR ON THE INTRUDER'S APPROACHING

#### ABSTRACT

The article explores the feasibility of the use of auto-generators with sensitive elements, which were built on digital logic elements, in the security warning systems of the area as differential sensors in laboratory and outdoor experiments. According to the results of these approaches, the possibility of using self-oscillating circuits of sensitive elements based on logic elements in differential-capacitive sensors used in systems for guarding and warning the perimeters of objects was noted. In experiments, the frequency variations of auto-generators are studied depending on the distance of approaching and length of sensitive elements.

The peculiarity of automatic adaptation of differential-capacitive sensors to changes in the external environment is emphasized, regardless of the length of the sensitive elements. It is found that when the length is less than 6 m, the sensitive elements are connected to the auto-generators as an element with lumped parameters, whereas the length is more than 6 m - as an element with distributed parameters.

**Keywords:** Differential sensor, intruder's approaching, resonance frequency, aviation security, sensitive element

### ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАВИСИМОСТИ РЕЗОНАНСНЫХ ЧАСТОТ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ДАТЧИКА ОТ ПРИБЛИЖЕНИЯ НАРУШИТЕЛЯ

#### РЕЗЬЮМЕ

В статье исследуется возможность использования автогенераторов с чувствительными элементами, построенными на цифровых логических элементах, в системах охранного оповещения территории в качестве дифференциальных датчиков в лабораторных и наружных экспериментах. По результатам этих подходов отмечена возможность использования автоколебательных цепей чувствительных элементов на основе логических элементов в дифференциально-емкостных датчиках, применяемых в системах охраны и оповещения периметров объектов. В экспериментах изучается изменение частоты автогенераторов в зависимости от расстояния приближения и длины чувствительных элементов.

Подчеркнута особенность автоматической адаптации дифференциально-емкостных датчиков к изменениям внешней среды независимо от длины чувствительных элементов. Установлено, что при длине

менее 6 м чувствительные элементы подключаются к автогенераторам как элемент с сосредоточенными параметрами, а при длине более 6 м - как элемент с распределенными параметрами.

**Ключевые слова:** дифференциальный датчик, приближение нарушителя, резонансная частота, авиационная безопасность, чувствительный элемент.

**1. Giriş.** Müasir dövrdə beynəlxalq hava daşımalarına xidmət edən strateji əhəmiyyətli mülki aviasiya obyektlərinin dayanıqlı fəaliyyətinin və mühafizəsinin təmin edilməsi, terrorizmin yeni təzahürlərinə qarşı aviasiya təhlükəsizliyinin təkmilləşdirilməsi, eləcə də bu sahədə beynəlxalq aləmdə dövlətin nüfuzunun qorunması vacib məsələlərdən hesab edilir [1, 2].

Gözlənilən təhlükələrə qarşı vaxtında, dayanıqlı və etibarlı cavab verməsi strateji əhəmiyyətli obyektlərin mühafizə-xəbərdarlıq sistemlərinin inteqrasiya olunma səviyyəsindən asılıdır. Dayanıqlı və etibarlı fəaliyyəti mühafizə-xəbərdarlıq sisteminə, ətraf mühitin təsirindən asılı olmayaraq, baş verməsi mümkün olan təhlükələr haqqında ilkin mərhələdə informasiya almağa imkan yaradır [3-5]. Pozucunu (obyekti) ilkin mərhələdə aşkar edən bu sistemlərə inteqrasiya olunan müxtəlif nəzarət konturlarından biri də tutum duyğacıdır [6].

Tutum duyğacı vasitəsilə obyektin (məs., insanın) yaxınlaşmasını nisbətən uzaq məsafədən aşkar etmək mümkündür [7]. Obyektin aşkaredilməsi imkanlarını artırmaq üçün tutum duyğacalarının həssaslıq məsafəsi, ətraf mühitin dəyişməsinə adaptasiya olunması xüsusiyyəti, eləcə də istifadə edilən avtogenetörün qurulma sxemləri [8, 9], həssas elementlərin (HE-lərin) ölçüləri və quraşdırılma konfigurasiyası kompleks şəkildə tədqiq edilməlidir [10, 11].

Məqalədə məqsəd, rəqəmsal məntiq elementlərində qurulmuş həssas elementli iki avtogene-ratorun diferensial tutum duyğacı qismində tətbiqinin mümkünlüyünü müəyyənləşdirməkdən ibarətdir.

Bu məqsədlə rəqəmsal məntiq elementlərində qurulmuş HE-li iki avtogenetörün tezlik dəyişmələrinin və HE-lərin uzunluqlarından asılılığı tədqiq edilmişdir.

**Tədqiqat metodu.** Tədqiqat üçün K1551A3 markalı iki rəqəmsal mikrosxemdən istifadə etməklə bir çap lövhəsi üzərində eyni sxem üzrəiki avtogenetörqurulmuşdur. Hər iki mikrosxemin daxilində yerləşən məntiq elementləri avtogenetörün sxemlərində simmetrik çarpaz paylanılmışdır [9]. Avtogenetörün sxemləri və tezlikölçənləyerləşdirilmiş diferensial tutumduygacının metal gövdəsi, real istismar şəraitinə uyğun olaraq bütün təcrübələrdə torpaqlanmışdır [7], təcrübələrin açıq ərazidə yerinə yetirilməsi zamanı yağıntılardan qorunmaq üçün əlavə olaraq hermetik plastmas qabda yerləşdirilmişdir (şək. 1, a, b).Şəkildə tezliyin video-kamera ilə çəkilmiş qeyd olunan qiymətləri görünür.



a)



b)

Şək. 1. Diferensial tutum duyğacı metal gövdədə (a) və hermetik qabda (b)

Təcrübələr Milli Aviasiya Akademiyasının (MAA) və VOR-DME (VOR - hər tərəfə istiqamətlənmiş azimutal radiomayak; DME- hər tərəfə istiqamətlənmiş məsafəölçən avadanlıq) sistemi yerləşən obyektin ərazisində yerinə yetirilmişdir. Təcrübələrdə avtogenetorların tezlikləri, model nömrəsi "SKU00653" olan səkkizrəqəmli iki tezlikölçən cihaz vasitəsilə ölçülmüşdür. Tezlikölçən cihazların dəqiqliyi "GWInstek GOS 620" markalı siqnal generatoru ilə yoxlanılmış və onların yüksək dəqiqliyə malik olduğu müəyyən edilmişdir (1 MHz tezliyi 0,1 Hz dəqiqliklə ölçür) [12]. Sürətli tezlik dəyişmələrini qeydə almaq üçün 250 kadr/san çəklişə imkan verən GoPro video-kamerasından istifadə edilmişdir.

Laboratoriya şəraitində və açıq yerdə (MAA-nın və VOR-DME sistemi yerləşən obyektin ərazisində) fərqli günlərdə yerinə yetirilmiş təcrübələr aşağıda təsvir edilmişdir.

**2. Tezlik dəyişmələrinin HE-lərin uzunluqlarından asılılığı.** Tezlik dəyişmələrinin HE-in uzunluğundan asılılığı üç gün ərzində cədvəl1-də göstərilən mühtdə tədqiq edilmişdir.

Cədvəl1. Təcrübələrin yerinə yetirildiyi üç gündə hava şəraiti

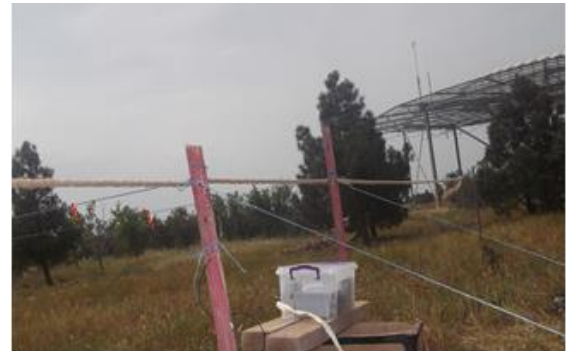
Günlər	Havanın temperaturu, (°C)	Atmosfer təzyiqi, (mm civə sütunu)	Rütubətlik, (%)	Mənbə
I	22-24	750-758	50-60	[13]
II	21-23	761	45-50	[14]
III	26-28	757	45-50	[15]

Tədqiqat zamanı 2 m, 5 m, 6 m, 10 m, 20 m, 30 m, 40 m və 50 m uzunluqlu HE-lərdən, duyğacın korpusunu torpaqlamaq üçün 4,5 m uzunluqlu mis məftildən istifadə olunmuşdur. HE-lər, avtogenetorların hər birinə ayrı-ayrılıqda birbaşa birləşdirilmişdir. Təcrübələr naviqasiya obyektinin ərazisində yerinə yetirilmişdir (şək. 2, a, b).

İşə salındıqda hər iki avtogenetorun tezlikləri, həssas elementlərsiz və torpaqlanmasız 17,12 MHz, 60 san keçəndən sonra 17,01 MHz, torpaqlanma olduqda 16,82 MHz olmuşdur.



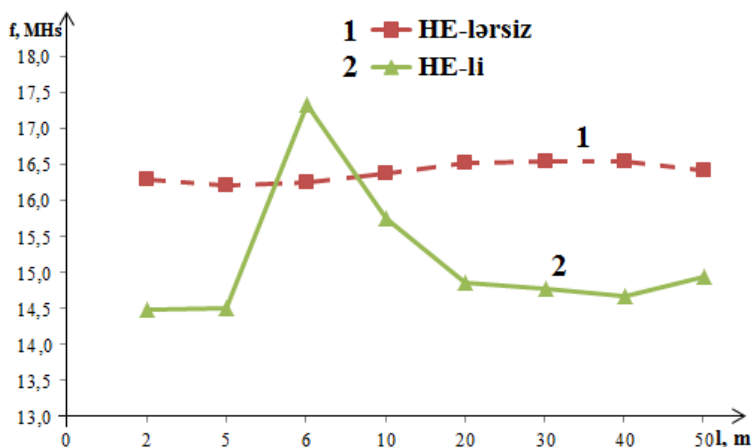
a)



b)

Şək. 2. VOR-DME radiolokator obyektinin ərazisində qoyulmuş təcrübə:  
a) arxadan, b) yandan görünüş.

HE-lərin uzunluqlarından asılı olaraq üç fərqli gündə qeydə alınmış tezlik dəyişmələrinin orta qiymətlərinin qrafik təsvirləri şək. 3-də verilmişdir. 0,01 MHz dəqiqliklə təkrarlandığı üçün hər iki avtogenetorun tezlikləri şəkildə bir əyri ilə göstərilmişdir.



Şəkil 3. HE-lərin uzunluqlarından asılı olaraq avtogeneratorların tezliklərinin üç fərqli gündə dəyişməsinin orta qiymətlərinə uyğun qrafik təsvirlər

Şəkildən göründüyü kimi, HE-lərsiz hər iki avtogeneratorun tezlikləri 16,5 MHzs ətrafında  $\pm 0,5$  MHzs-dən kiçik qiymətlərlə dəyişir (şəkil 3, 1-ci əyri).

6 və 10 m istisna olmaqla, HE-lərin qalan bütün uzunluqlarında hər iki avtogeneratorun tezlikləri 14,5 MHzs ətrafında dəyişir. Burada, HE-in uzunluğu 6 m olan hal xüsusilik təşkil edir. Bu halda, üç fərqli gündə yerinə yetirilən bütün təcrübələrdə hər iki avtogeneratorun tezliklərinin HE-siz hala nisbətən yüksək olması təkrarlanmış və uyğun olaraq,  $f_{1or} = 17,345066$  MHzs və  $f_{2or} = 17,345066$  MHzs olmuşdur (şəkil 3, 2-ci əyri).

**3. Yaxınlaşma ilə yerinə yetirilən təcrübələr.** Tutum duyğacının həssaslıq məsafəsinin HE-lərin uzunluqlarından asılılığı tədqiq edilmişdir. Bunun üçün 2 m, 5 m, 10 m və 50 m uzunluqlu HE-lərə m çəkili (93 kq - ölçmələri aparən tədqiqatçının çəkisidir) insan yaxınlaşanda avtogeneratorların tezlik dəyişmələri qeyd edilmişdir.

**3.1. Təcrübələr laboratoriya şəraitində yerinə yetirilir.** Avtogeneratorlara HE-lər qismində hər birinin uzunluğu 2 m olan, eləcə də bir-birinə və döşəməyə paralel iki naqıl birləşdirilir. Naqillər dielektrik dirəklərə bərkidilir, onların bir-birindən olan məsafəsi 10 sm, döşəmədən hündürlüyü 1 m təşkil edir.

Tədqiqat zamanı yaxınlaşma, 3 m məsafədən başlayaraq HE-nin orta nöqtəsinə perpendikulyar istiqamətdə yerinə yetirilmiş və hər metr ( $l = 3; 2; 1; 0$  m) yaxınlaşmada tezliyin qiyməti qeydə alınmışdır (cədvəl 2).  $l = 0$  insanın HE-yə toxunduğu qiymətdir.

Cədvəl 2. 2 m uzunluqlu HE-yə yaxınlaşma zamanı avtogeneratorların tezliklərinin qiymətləri

l (m)	I avtogenerator, $f_1$ (MHzs)	II avtogenerator, $f_2$ (MHzs)
0	13,661799	13,661016
1	13,781477	13,778263
2	13,811120	13,811674
3	13,813097	13,813492

İnsanın HE-dən sıfır (toxunduğu hal) və 3 m məsafədə olduğu anlarda rezonans tezliklərinin fərqi ( $\Delta f_{ob}$ ), I avtogenerator üçün  $\Delta f_{ob} = 0,151298$  MHzs, II avtogenerator üçün  $\Delta f_{ob} = 0,152476$  MHzs təşkil edir.

HE-nin uzunluğu 5 m seçilmişdir. Tədqiqat zamanı 3 m məsafədən başlayaraq, perpendikulyar istiqamətdə HE-yə üç fərqli nöqtədən (I halda, avtogeneratorlara qoşulduğu hissədən; II halda, orta hissədən; III halda, uc hissədən) yaxınlaşma yerinə yetirilmiş və tezliklərin qiymətləri bütün hallarda hər metr yaxınlaşmada qeydə alınmışdır (cədvəl3).

Cədvəl3. 5 m uzunluqlu HE-yə yaxınlaşma zamanı avtogeneratorların tezliklərinin qiymətləri

l (m)	I avtogenerator, $f_1$ (MHs)			II avtogenerator, $f_2$ (MHs)		
	I hal	II hal	III hal	I hal	II hal	III hal
0	11,238468	11,207155	11,209304	11,238467	11,207335	11,209322
1	11,240973	11,238147	11,238210	11,240965	11,238169	11,238253
2	11,241044	11,241434	11,242047	11,241045	11,241435	11,242048
3	11,241095	11,241639	11,242341	11,241093	11,241640	11,242341

Obyektin yaxınlaşması zamanı HE-ə toxunma anına nəzərən tezliyin dəyişməsi:

**I avtogeneratorda,**

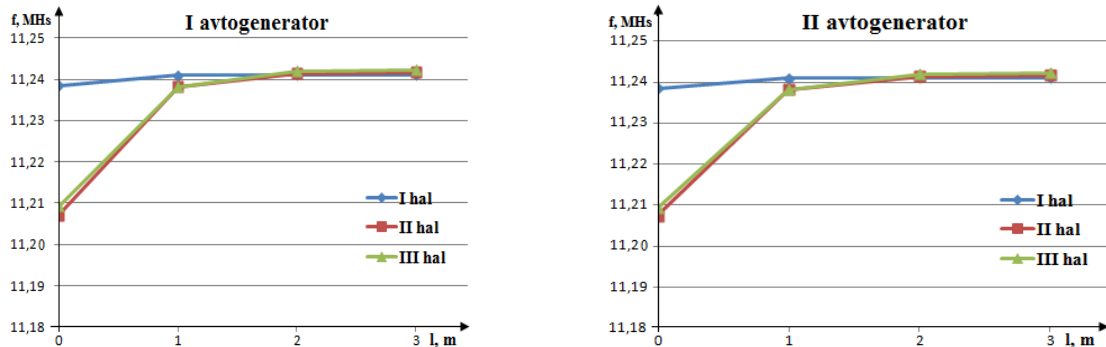
I halda  $\Delta f_{ob} = 0,002627$  MHs,  
II halda  $\Delta f_{ob} = 0,034484$  MHs,  
III halda  $\Delta f_{ob} = 0,033037$  MHs;

**II avtogeneratorda,**

I halda  $\Delta f_{ob} = 0,002626$  MHs,  
II halda  $\Delta f_{ob} = 0,034305$  MHs,  
III halda  $\Delta f_{ob} = 0,033019$  MHs,

təşkil edir.

Tezlik dəyişmələrinin qrafikləri şək. 4-də göstərilmişdir. Göründüyü kimi, HE-lərə yaxınlaşma zamanı avtogeneratorların rezonans tezlikləri eyni tərzdə, həm də azalma istiqamətində dəyişir.



Şək. 4. Rezonans tezliklərinin avtogeneratorlara qoşulmuş 5 m uzunluqlu HE-lərə insanın yaxınlaşma məsafəsindən asılılığı

**3.2. Təcrübələr açıq ərazidə yerinə yetirilmişdir.** Avtogeneratorlara 5 m uzunluqlu koaksial kəbellər vasitəsilə HE-lər qismində, hər birinin uzunluğu 10 m olan iki naqıl qoşulmuşdur. Naqillər 1 m hündürlükdə və ara məsafəsində, Yer səthinə və bir-birinə paralel yerləşdirilməklə dielektrik dirəklərə bərkidilmişdir. Təcrübələr, 3.1 göstərilən ardıcılıqla yerinə yetirilmiş, tezlik dəyişmələrinin qeydə alınan qiymətləri cədvəldə verilmişdir (cədvəl4).

Cədvəl4. 10 m uzunluqlu HE-yə yaxınlaşma zamanı avtogeneratorların tezliklərinin qiymətləri

l (m)	I avtogenerator, $f_1$ (MHs)			II avtogenerator, $f_2$ (MHs)		
	I hal	II hal	III hal	I hal	II hal	III hal
0	19,420569	19,461813	19,428018	19,420550	19,461812	19,428026
1	19,443941	19,461900	19,440790	19,443925	19,461904	19,440768
2	19,462565	19,462243	19,455898	19,462567	19,462248	19,455902
3	19,461537	19,458791	19,454895	19,461540	19,458793	19,454899

Cədvəl 4-əsasən demək olar ki, hər iki avtogeneratorun rezonans tezliyi bütün hallarda HE-dən 3 m məsafədən 2 m-ə qədər yaxınlaşmada - artma, 2 m-dən toxunmaya qədər yaxınlaşmada isə azalma istiqamətində dəyişir. I avtogeneratorunda I halda  $\Delta f_{ob} = 0,041996$  MHzs, II halda  $\Delta f_{ob} = 0,003452$  MHzs, III halda  $\Delta f_{ob} = 0,02788$  MHzs; II avtogeneratorunda I halda  $\Delta f_{ob} = 0,042017$  MHzs, II halda  $\Delta f_{ob} = 0,003455$  MHzs III halda  $\Delta f_{ob} = 0,027876$  MHzs təşkil edir.

Avtogeneratorlara HE-lər qismində, hər birinin uzunluğu 50 m olan iki naqıl birbaşa qoşulmuşdur. Naqillər, yuxarıda göstərilən formada bərkidilmişdir (şək. 2 a, b).

Təcrübələr, 3.1 və 3.2-ci təcrübələrdə göstərilən ardıcılıqla yerinə yetirilmiş, tezlik dəyişmələrinin qeydə alınan qiymətləri cədvəl5-də verilmişdir.

Cədvəl5. 50 m uzunluqlu HE-yə yaxınlaşma zamanı avtogeneratorların tezliklərinin qiymətləri

l (m)	I avtogenerator, $f_1$ (MHz)			II avtogenerator, $f_2$ (MHz)		
	I hal	II hal	III hal	I hal	II hal	III hal
0	14,993379	14,937367	14,937740	14,993377	14,937355	14,937738
1	14,990632	14,974322	14,973409	14,990640	14,974321	14,973408
2	14,987608	14,986177	14,983077	14,987605	14,986175	14,983071
3	14,986868	14,986205	14,983303	14,986866	14,986203	14,983301

Obyektin yaxınlaşması zamanı HE-ə toxunma anına nəzərən tezliyin dəyişməsi:

**I avtogeneratorunda,**

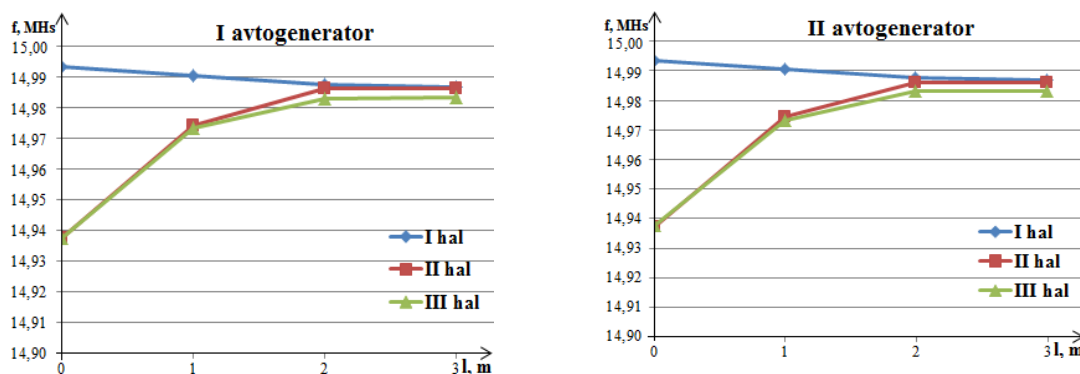
I halda  $\Delta f_{ob} = 0,006511$  MHzs,  
 II halda  $\Delta f_{ob} = 0,048838$  MHzs,  
 III halda  $\Delta f_{ob} = 0,045563$  MHzs;

**II avtogeneratorunda,**

I halda  $\Delta f_{ob} = 0,006511$  MHzs,  
 II halda  $\Delta f_{ob} = 0,048848$  MHzs,  
 III halda  $\Delta f_{ob} = 0,045563$  MHzs,

təşkil edir.

Tezlik dəyişmələrinin qrafikləri şək.5-də göstərilmişdir. Göründüyü kimi, HE-lərə yaxınlaşma zamanı avtogeneratorların rezonans tezlikləri eyni tərzdə, I halda artma, II və III hallarda isə azalma istiqamətində dəyişir.



Şək. 5. Rezonans tezliklərinin avtogeneratorlara qoşulmuş 50 m uzunluqlu HE-lərə insanın yaxınlaşma məsafəsindən asılılığı

Həssas elementinin uzunluğu 50 m olan avtogeneratorların rezonans tezliyinin qiymətinin zamana görə dəyişməsi ( $\Delta f_{zI} = \pm 0,004001$  MHzs və  $\Delta f_{zII} = \pm 0,003998$  MHzs) nəzərə alsaq,  $n_{\delta}$  ölçülən parametrlərin diskretliyinin qiyməti I avtogenerator üçün I halda  $n_{\delta} \approx 2$ , II halda  $n_{\delta} \approx 12$ , III halda  $n_{\delta} \approx 11$ , II avtogenerator üçün I halda  $n_{\delta} \approx 2$ , II halda  $n_{\delta} \approx 12$ , III halda  $n_{\delta} \approx 11$  olur ki, bu da yaxınlaşan obyektin çəkisini 3 m-dən çox məsafədən müəyyənləşdirməyə imkan verir.

**Tədqiqat işinin müzakirəsi və onun nəticələri.** Çəkisi 93 kq olan insan 3 m məsafədən perpendikulyar şəkildə həssas elementlərə yaxınlaşarkən bütün hallarda avtogeneratorların tezliklərinin dəyişməsi baş vermişdir. Bu dəyişmələr, həssas elementlərin uzunluğu:

- 2 m olduqda - I avtogenerator üçün  $\Delta f_{ob} = 0,151298$  MHz; II avtogenerator üçün  $\Delta f_{ob} = 0,152476$  MHz;

- 5 m olduqda - I avtogeneratorunda I halda  $\Delta f_{ob} = 0,002627$  MHz, II halda  $\Delta f_{ob} = 0,034484$  MHz, III halda  $\Delta f_{ob} = 0,033037$  MHz; II avtogeneratorunda I halda  $\Delta f_{ob} = 0,002626$  MHz, II halda  $\Delta f_{ob} = 0,034305$  MHz, III halda  $\Delta f_{ob} = 0,033019$  MHz;

- 10 m HE-lərə 5 m uzunluqlu koaksial kabellər birləşdirildikdə - I avtogeneratorunda I halda  $\Delta f_{ob} = 0,041996$  MHz, II halda  $\Delta f_{ob} = 0,003452$  MHz, III halda  $\Delta f_{ob} = 0,02788$  MHz; II avtogeneratorunda I halda  $\Delta f_{ob} = 0,042017$  MHz, II halda  $\Delta f_{ob} = 0,003455$  MHz, III halda  $\Delta f_{ob} = 0,027876$  MHz təşkil edir.

Həssas elementlərin uzunluğu 50 m olanda avtogeneratorların rezonans tezlik qiymətlərinin zamana görə dreyfini ( $\Delta f_{zl} = \pm 0,004001$  MHz və  $\Delta f_{zII} = \pm 0,003998$  MHz) nəzərə alsaq,  $n_0$  ölçülən parametrlərin diskretliyinin qiyməti hər iki avtogenerator üçün I halda  $n_0 \approx 2$ , II halda  $n_0 \approx 12$ , III halda  $n_0 \approx 11$  olur ki, bu da yaxınlaşan obyektin çəkisini 3 m-dən çox məsafədən müəyyənləşdirməyə imkan verir.

Həssas elementlərin uzunluqlarından asılı olaraq rezonans tezliklərin dəyişmələrinə diqqət yetirdikdə görürük ki, avtogeneratorların tezliklərinin ən kiçik qiymətləri həssas elementlərin uzunluqları 2 m olduqda ( $f_{1or} = 14,479189$  MHz və  $f_{1o2} = 14,479186$  MHz) qeydə alınmışdır. Qeyd etmək lazımdır ki, hər iki avtogeneratorunda rezonans tezliklərin qiymətləri həssas elementlərlə olmayan qiymətlərdən kiçik, lakin həssas elementlərin uzunluqları 6 m olduqda böyük ( $f_{1or} = 17,345066$  MHz və  $f_{1o2} = 17,345066$  MHz) olmuşdur.

Uzunluqları 6 m-ə qədər olanda HE-lər avtogeneratorlara toplanmış parametrlili, 6 m-dən böyük uzunluqlarda isə paylanmış parametrlili (uzun xətt) tutumlar kimi qoşulur.

Beləliklə, göstərilən xüsusiyyətləri və yaxınlaşmaların təcrübələrdən alınan nəticələrinə əsaslanaraq qeyd etmək olar ki, obyektlərin perimetrlərinin mühafizə-xəbərdarlıq sistemlərində istifadə edilən diferensial tutum duyğacılarında məntiq elementlərində qurulmuş həssas elementli avtogenerator sxemlərinin tətbiqi mümkündür. Bu zaman, həssas elementlərin uzunluqlarından asılı olmayaraq diferensial tutum duyğacılarının ətraf mühitin dəyişməsinə adaptasiya olunması avtomatik yerinə yetirilir.

#### **ƏDƏBİYYAT**

1. Annex 17 to the Convention on International Civil Aviation // Security. Safeguarding International Civil Aviation Against Acts of Unlawful Interference. 2020, № 11;
2. Папшаев А.М., Набиев Р.Н., Нагиев Н.Т., Велиева Г.Д., Рустамов Р.Р. Особенности проектирования автоматизированного дистанционного охранного комплекса // Вопросы безопасности. 2018, № 1. С.32-51;
3. Paşayev A.M., Nəbiyev R.N., Ramazanov K.Ş., Rüstəmov R.R. Avtomatlaşdırılmış mühafizə-xəbərdarlıq sisteminin etibarlılığının qiymətləndirilməsi // Milli Aviasiya Akademiyasının Elmi Əsərləri. 2018, - №2. səh. 11-27;
4. Rüstəmov R.R. İntegrasiya olunmuş mühafizə-xəbərdarlıq sisteminin tətbiqi perspektivləri // Azərbaycan Milli Aerokosmik Agentliyinin Xəbərləri. 2020, - №3 (23). səh. 47-53;



5. Nəbiyev R.N., Qarayev Q.İ., Rüstəmov R.R., Quluzadə H.S. İki avtogeneratorlu diferensial tutum qurğusunun program təminatının işlənilməsi // Mathematics and computer science. Journal of Baku Engineering University. 2020, №2 (4). səh. 137-142;
6. Набиев Р.Н., Велиева Г.Дж., Рустамов Р.Р., Интегрированная дистанционная система охраны и особенности её создания // Milli Aviasiya Akademiyasının Elmi Məcmuələri. 2017, №1(19). С. 27-31;
7. Nəbiyev R.N., Qarayev Q.İ., Ramazanov K.Ş., Rüstəmov R.R. LC-generatorunun tezliyinin onun həssas elementinə yaxınlaşma məsafəsindən asılılığı // Milli Aviasiya Akademiyasının Elmi Əsərləri. 2018, №1. səh. 28-41;
8. Набиев Р.Н., Гараев Г.И., Рустамов Р.Р. Сравнительный анализ электрических схем ёмкостных датчиков // Известия ЮФУ. Технические науки. 2017, № 3 (188). С. 51-64;
9. Nəbiyev R.N., Qarayev Q.İ., Rüstəmov R.R. Tutum duyğaları üçün avtogenerator sxemlərinin tədqiqi // Milli Aviasiya Akademiyasının Elmi Əsərləri. 2019, 21 №2. səh. 26-33;
10. Nəbiyev R.N., Qarayev Q.İ., Rüstəmov R.R. İki avtogeneratorlu diferensial tutum qurğusu // Milli Aviasiya Akademiyasının Elmi Məcmuələri. 2021, 21 №3. səh. 1-7;
11. Nəbiyev R.N., Garaev G.I., Rustamov R.R. Determination of high sensitive auto-generator scheme for capacity sensors / International Gobeklitepe Applied Sciences Congress-II. Harran University, Sanliurfa, Turkey, May 6-8, 2021. p. 126-133;
12. Осциллограф GW Instek GOS-620. <https://www.geo-ndt.ru/pribor-11745-oscillograf-gw-instek-gos-620.htm>
13. <https://report.az/ekologiya/sabaha-yagis-yagacaq-simsek-caxacaq/>;
14. <https://news.milli.az/society/752377.html>;
15. <http://eco.gov.az/az/xeberler/9-mayda-gozlenilen-hava-seraiti-9396>.



UOT: 004:330.47:330.88**BLOCKCHAIN AND BIG DATA: A GREAT MARRIAGE****E.Z.HUSEYNOV<sup>1</sup>, N.P.HACIYEV<sup>2</sup>**

Baku Engineering University,

Khirdalan / AZERBAIJAN<sup>1</sup>

University of Tartu,

Tartu / ESTONIA<sup>2</sup>*elhuseynov1@beu.edu.az, nazanhaciyeva@gmail.com***ABSTARCT**

The thesis analyzes blockchain, which is a type of database. Its differences from other databases, its pros and cons are given in the results researched from every aspect. By using blockchain integrations to solve problems in better way which are faced by big organizations is shown. In thesis to technical issues, the positive impact of blockchain on applications of it, as well as high security and network productivity in giant data systems are discussed in this article.

**Key words:** big data, blockchain, Bitcoin, data mining, operational big data, analytical big data, consensus algorithms, cryptography

**BLOK ZƏNCİR VƏ BÖYÜK VERİLƏNLƏR: BÖYÜK BİRLƏŞMƏ****XÜLASƏ**

Tezisdə verilənlər bazası növü olan blokçeyn təhlil edilir. Onun digər verilənlər bazalarından fərqləri, müsbət və mənfi cəhətləri hər aspektdən araşdırılan nəticələrdə verilmişdir. Böyük təşkilatların üzlaşdiyi problemləri daha yaxşı həll etmək üçün blokçeyn inteqrasiyalarından istifadə etməklə göstərilir. Bu tezisdə texniki məsələlərlə yanaşı, blokçeynin onun tətbiqlərinə müsbət təsiri, həmçinin nəhəng məlumat sistemlərində yüksək təhlükəsizlik və şəbəkə məhsuldarlığı müzakirə olunur.

**Açar sözlər:** Böyük verilənlər, Blok zənciri, Bitcoin, data mining, böyük verilən əməliyyatı, böyük verilən təhlili, konsensus alqoritmləri, kriptografiya

**БЛОКЧЕЙН И БОЛЬШИЕ ДАННЫЕ: ОТЛИЧНОЕ СОЧЕТАНИЕ****РЕФЕРАТ**

В тезисе анализируется блокчейн, которое является одной из разновидностей базы данных. Его отличия от других баз данных, его плюсы и минусы приведены в результатах исследования со всех аспектов. Показано, что с помощью интеграции блокчейнов можно лучше решать проблемы, с которыми сталкиваются крупные организации. В тезисе помимо технических вопросов обсуждаются положительные влияния блокчейна на его приложения, а также высокая безопасность и производительность сети в гигантских системах данных.

**Ключевые слова:** большие данные, блокчейн, биткойн, интеллектуальный анализ данных, операционные большие данные, аналитические большие данные, алгоритмы консенсуса, криптография.

**1. Introduction:**

If you have been following banking, investing, or cryptocurrency over the last ten years, you may have heard the term "blockchain," the record-keeping technology behind the Bitcoin network. Blockchain seems complicated, and it definitely can be, but its core concept is really quite simple. A blockchain is a type of database. The way data is structured differs significantly from a traditional database and a blockchain. A blockchain is a distributed database that organizes data into classes called blocks, each of which includes a collection of data. Blocks have specific storage capacities, and as they are filled, they are chained onto the previous block, creating a data chain known as a "blockchain". Blockchain technology accounts for the issues of security and trust in several ways. First, new blocks are always stored linearly and

chronologically. That is, they are always added to the “end” of the blockchain. After a block has been added to the end of the blockchain, it is very difficult to go back then alter the contents of the block unless the majority reached a consensus to do so.

In the digital information society, a high volume and a vast variety of data are generated at any given time and are enabled by technical advances. Another phenomenon that leads to the massive growth of data is social networks. A new term "big data", has been coined to describe this massive volume of data. Big data is described by a number of characteristics, the most important of which are length, velocity, variety, and veracity.

The incorporation of Blockchain to the Big Data analytics framework provides another data layer. Blockchain-generated Big Data is safe since the network architecture prevents forgery. Big Data on the blockchain is useful since it is structured, plentiful, and full, making it an ideal source for more study.

## **2. Blockchain and big Data: A great marriage**

Blockchain and Big Data are among the rising innovations that are high on numerous organizations' plans. Both are relied upon to profoundly change the manner in which organizations and associations are run in the impending years.

## **3. Big data analytics: present difficulties**

The ascent of Big Data has introduced a huge number of issues for both large organizations and regular shoppers. With the development of information great investigation is turning into even more tricky. Some serious issues to information the executives and investigation incorporate supposedly grimy information, blocked off information, and protection issues. What's more, as Big Data expands in size and the snare of associated gadgets detonates, it uncovered a greater amount of organizations' information to potential security penetrates.

With the approach of Big Data, information quality administration is both more significant and more testing than any other time in recent memory. Organizations that are managing huge datasets ought to guarantee that the information is perfect, secure and not altered and comes from a real source. They need to ensure that the most recent variant is synchronized among the entirety of the server farms progressively. It ought to likewise be guaranteed that these information are available. For most, nonetheless, the information storehouses are as yet a significant issue and a full broad computerized change is even more ideal than reality.

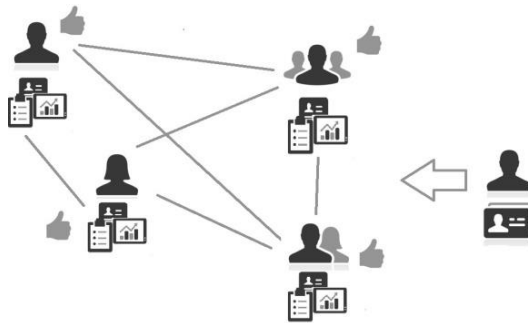
### **3.1. Motivations of the Blockchain and Big Data Integration**

#### **3.1.1. Data security**

It is difficult for a single unit to pose a challenge to the data network because blockchain uses consensus algorithms to validate transactions. Because of the network's distributed nature, it's almost impossible for a single person to produce sufficient computing power to change the validity conditions and enable unnecessary data into the framework.

To change the rules of the blockchain, a number of nodes must come together to form a consensus. As a result, cybercriminals would find it almost difficult to reach and exploit data on a massive scale. The information in the ledger can identify with energy exchanging, land and an assortment of different areas. There are various Big Data investigation upgrades coming from this reality. For example, misrepresentation counteraction, as the blockchain innovation permits

the monetary establishments to check each exchange constant. Hence said, rather than examining the records of the extortion that all around occurred, the banks can distinguish dangerous or fake exchanges on the fly and forestall the misrepresentation altogether.



This technology also aids in the prevention of data leaks. Even the most senior managers in an organization would require several licenses from other points in the network to access the data after it has been processed on the channel. As a result, a cybercriminal would be unable to obtain it.

As a result, the Blockchain allows for more peaceful sharing. I use the hospital as an example, an organization might be required to exchange health records with the courts, insurance providers, or patients employers. This operation, though, can be risky without the Blockchain.

### **3.1.2. Data integrity**

The control of purported messy information (or incorrect data) is a territory that blockchain can emphatically affect the information examination field. Blockchain gives a consistent method to direct information respectability and audit trails, since it finds out the beginning of information through its connected chains.

Blockchain enable trust by maintaining distributed and decentralized ledgers. As all data should be verified via consensus models it is almost impossible for irrelevant data to exist. Also, Blockchain gives a consistent method to lead information uprightness and audit trails, since it determines the beginning of information through its connected chains. It, additionally, provides transparency, since exercises and exchanges that occur on the blockchain organization can be followed by all of the nodes. For example, a hospital can use it to ensure that patient data is kept safe, up-to-date and that its quality is fully preserved. By placing health databases on the Blockchain, the hospital ensures that all its employees will have access to a single, unchangeable source of data. Indeed, poor data management in the health care environment carries a risk that the patient may be mishandled, misdiagnosed, or the results of their tests may be lost or corrupted. Similarly, two physicians who support the same patient may have access to two different sets of data. The Blockchain eliminates this risk.

### **3.1.3. Real Time analysis**

A whole new field is emerging around accessing huge amounts of data and gleaning insights from it, in near real-time. The marriage of blockchain and Big Data will help enterprises by making real-time analytics much more achievable and reliable. Since each transaction is recorded on the blockchain, real-time big data analytics is possible. Banks and financial institutions will resolve cross-border trades, particularly those involving huge sums, in near real-time thanks to blockchain-based big data analytics.

### **3.1.4. Fraud prevention**

To identify suspicious transactions, existing big data technologies focus on the study of trends in historical data. As a result, big data would not be able to address the challenge of illegal financial transfers.

Financial organizations can track each transaction in real time thanks to the storage of big data in blockchain, enabling them to determine potentially suspicious transactions on the fly. As a result, incorporating blockchain into big data will assist financial institutions in preventing theft and safeguarding their clients.

## **4. Blockchain for Big Data Storage**

### **4.1. Blockchain for Secure File Systems**

There are many cloud-based services that allow you to store and access files from any computer, anywhere. Users, especially organisations, are reluctant to store sensitive data on a system that is run by a third party. Even though encryption of files before unloading to the cloud is one of the solutions, the cloud provider still faces some security challenges. Electronic information systems are now the most widely used in medical care. Medical photographs, medical history, diagnostic reports, and other types of data are produced on a daily basis. These types of security issues can be solved by combining blockchain with the interplanetary file system (IPFS). IPFS is a decentralized storage network that was created to solve file redundancy. It creates a unique hash value for the stored file and allows the user to locate it using the hash address. Until the medical data is stored in the cloud, it is encrypted using an attribute-based encryption process. The user's private key is linked to their attributes, and the ciphertext is linked to their policy. Any consumer with a private key that follows the access policy will decrypt the ciphertext. In addition, blockchain is used to keep track of data storage and retrieval. The hash value of medical storage data is stored in the blockchain to provide proof of user authentication validity. The transparent blockchain architecture aids in file storage protection and eliminates single points of failure.

### **4.2. Blockchain for Secure Database Management**

Data contained in different types of information management systems is vulnerable to both internal and external points of attack. The fraudulent patches in the databases were detected using database tampering monitoring methods. To detect data misuse, it employs single-way cryptography hash functions as well as digital watermarking. However, the approach is inapplicable to the distributed databases. To store data on distributed networks and detect malicious user transactions, a blockchain-based approach is used. By using time stamping, blockchain prevents data tampering. To store the history of purchases, a virtual shared ledger is included. Any transaction is registered in a block, and each block is linked to the others using cryptographic hash values. When the data in a block is changed by a malicious attacker, the block's hash value is updated, and the block is rendered null.

Education data secure storage and distribution scheme, a blockchain-based scheme, is proposed for the protection and secure storage of education records. To create a secure and stable environment, the scheme combines storage servers, cryptographic algorithms, and blockchain.

### **4.3. Blockchain for Big Data Analytics**

In numerous settings, the rise of edge and cloud computing has increased the volume of data. For successful data analysis, several machine learning and deep learning approaches are used. Support vector machine is a popular machine learning approach because of its efficiency and accuracy. Data is collected from a variety of sources in vehicular social networks, including social network providers, car manufacturers, and vehicle management organizations. The properties of data from different data sources usually differ. Due to the variety of sources, entities confront the problem of data with insufficient characteristics while training using SVM classifiers. As a result, data must be shared among numerous organizations in order to combine the data set with diverse attributes and train the classifier. The sharing of data from diverse organisation causes a data privacy concern. For vertically partitioned datasets from different data sources, a privacy-preserving blockchain-based SVM training approach was developed. A blockchain consortium and homomorphic cryptosystem were created in this way to establish a secure training platform without the use of a trusted third party. The training operations are carried out locally over the original data, and the interactions between the entities are protected by a homomorphic cryptosystem and a blockchain consortium. When entities share attribute values, the blockchain consortium assists in the creation of a public and secure data sharing environment that allows for successful communication.

### **CONCLUSION**

Blockchain is a revolutionary ledger technology that has garnered a lot of attention as a way to enable huge data systems while maintaining high security and network efficiency. We did a state-of-the-art review on the application of blockchain for big data in this study. We began by discussing recent advancements in blockchain and big data, as well as the reasons for combining these two technologies. We've done a lot of research on the usage of blockchain in a variety of essential big data services, such as secure file systems, big data storage, big data analytics, and big data privacy preservation.

The emerging blockchain-big data platforms and projects have been also highlighted and analyzed. From the extensive literature review on blockchain-big data services and applications, we have identified some key technical challenges and pointed out possible future directions to spur further research in this promising area.

Therefore, it is evident from the discussion that a robust blockchain framework for big data encompasses numerous technical challenges to be considered upon its integration and deployment. The challenges pertaining to the blockchain can be resolved with big data and the vice versa. The substantial data accumulations and data services of the big data can be effectively managed and secured by the blockchain. The de-centralized and immutable ledger with advanced technologies ensures data integrity and big data analytics provides better insights for making valuable predictions for massive data accumulation.

## REFERENCES

1. De Meijer, Carlo R.W. *"Blockchain and big Data: A great marriage."* Finextra, 15 MAR 2015, <https://www.finextra.com/blogposting/16596/blockchain-and-big-data-a-great-mariage>.
2. Anupam, Suprita. *"What Are The Major Limitations, Challenges In Blockchain?"* Inch42, <https://inc42.com/features/what-are-the-major-limitations-challenges-in-blockchain/>
3. Cardon, Drew. *"Database vs Data Warehouse: A Comparative Review."* HealthCatalyst, <https://www.healthcatalyst.com/database-vs-data-warehouse-a-comparative-review>
4. Huang, Tao, and Xuexian Pang. *Promises and Challenges of Big Data Computing in Health Sciences.* February 2015, 26
5. Joby, Amal. *"Big Data Analytics: How to Make Sense of Big Data."* learn g2, 26MAY 2021, <https://www.g2.com/articles/big-data-analytics>.
6. Moniruzzaman, B. M, Hossain S.A. *International Journal of Database Theory and Application* Vol. 6, No. 4. 2013
7. M. A. Alsheikh, D. Niyato, S. Lin, H.-P. Tan, and Z. Han, *"Mobile big data analytics using deep learning and apache spark "*IEEE network, vol. 30, no. 3, p.22–29, May-Jun. 2016
8. Kokina, R. Mancha, and D. Pachamanova, *"Blockchain: Emergent Industry adoption and implications for accounting"* Journal of Emerging Technologies in Accounting, vol. 14, no. 2, p. 91–100, 2017.

UOT 004.7

## THE INTERNET OF THINGS (IOT)

**E.Z. HUSEYNOV<sup>1</sup>, E.S. GAYIBOV<sup>2</sup>**

Baku Engineering University,

Khirdalan / AZERBAIJAN<sup>1</sup>

French-Azerbaijani University,

Baku / AZERBAIJAN<sup>2</sup>*elhuseynov1@beu.edu.az, qayibovtugrul@gmail.com*

### ABSTARCT

The Internet of Things (IoT) has grown rapidly in recent years due to its wide range of usability, flexibility, and smartness. The majority of IoT apps carry out tasks automatically, with no input from humans or physical objects. To deploy such a new technology in a secure manner, present and prospective gadgets must be smart, efficient, and capable of providing services to consumers. As a result, researchers are investigating security concerns on a daily basis. Because IoT devices are most portable and light in nature, they have various concerns such as battery consumption, memory, and the most essential is security. In this survey thesis, we explored on security threats with relation to several types of IoT layers. Last but not least, we discussed several IoT applications. This research will help academics and manufacturers analyze and reduce the attack range on IoT devices.

**Keywords:** IoT, smart Homes, healthcare, Encryption, Security

### ƏŞYALARIN İNTERNETİ (IOT)

#### XÜLASƏ

Əşyaların interneti (IoT) geniş çeşidli istifadə imkanları, çeviklik və ağıllılıq sayəsində son illərdə sürətlə inkişaf etmişdir. Əşyaların İnterneti tətbiqlərinin əksəriyyəti insan və ya fiziki obyektlərin girişi olmadan tapşırıqları avtomatik yerinə yetirir. Bu cür yeni texnologiyaları təhlükəsiz şəkildə tətbiq etmək üçün indiki və perspektiv qadecələr ağıllı, səmərəli və istehlakçılara xidmət göstərmək qabiliyyətinə malik olmalıdır. Nəticədə, tədqiqatçılar gündəlik olaraq təhlükəsizlik problemlərini araşdırırlar. IoT cihazları ən portativ və yüngül olduğundan, onların batareyaya istehlakı, yaddaş kimi müxtəlif narahatlıqları var və ən vacibi təhlükəsizlikdir. Bu sorğu tezisində biz IoT təbəqələrinin bir neçə növü ilə bağlı təhlükəsizlik təhdidlərini araşdırdıq. Nəhayət, biz bir neçə IoT tətbiqini müzakirə etdik. Bu tədqiqat akademiklərə və istehsalçılara IoT cihazlarına hücum diapazonunu təhlil etməyə və azaltmağa kömək edəcək.

**Açar sözlər:** IoT, ağıllı evlər, səhiyyə, şifrələmə, təhlükəsizlik

### ИНТЕРНЕТ ВЕЩЕЙ (IOT)

#### РЕФЕРАТ

В последние годы интернет вещей (IoT) быстро развивается благодаря широкому диапазону удобства использования, гибкости и интеллектуальности. Большинство приложений IoT выполняют задачи автоматически, без участия людей или физических объектов. Для безопасного использования такой новой технологии существующие и будущие в дальнейшей перспективе гаджеты должны быть умными, эффективными и способными предоставлять услуги потребителям. В результате исследователи ежедневно изучают проблемы безопасности. Поскольку устройства IoT являются наиболее портативными и легкими по своей природе, они имеют различные проблемы, такие как потребление батареи, память, и наиболее важной из них является безопасность. В этом обзоре тезиса мы рассмотрели угрозы безопасности в отношении нескольких типов уровней IoT. И последнее, но не менее важное: мы обсудили несколько приложений IoT, а также исследование поможет ученым и производителям проанализировать и сократить диапазон атак на устройства IoT.

**Ключевые слова:** Интернет вещей, умные дома, здравоохранение, шифрование, безопасность

## **1. Introduction:**

The Internet of Things (IoT) is a new trend in the world today. As technology spreads, it has become a critical need for society, health care, universities, homes, and practically everything to be connected to the internet. According to the research, the number of items projected to be linked worldwide in 2020 is 8.4 billion, with this figure expected to rise to 20.4 billion by 2022. Increase in the use of IoT applications in all settings throughout the world, with connection between machines estimated to expand from 5.6 billion to 27 billion between 2016 and 2024. Some privacy and security, authentication, and storage difficulties have been highlighted as a result of the wide variety of IoT Application usage, and it's a challenging topic, for the time being, between the research community. It is quite impossible to operate an IoT application with full functionality and in a trustworthy way without a secure environment and infrastructure. According to assaults against IoT devices surged by 600% in 2017. Typically, attackers do not target IoT edges directly, but rather use them as a weapon to gain access to other sites. IoT devices will be readily targeted owing to their manufacturer's nature, since most firms do not address security and forensics for devices, instead focusing on cost, size, and usefulness. If we peek behind the scenes of our daily lives, we will see a plethora of IoT devices, such as smart electricity meters, which are used to regulate power usage, lights, and other resources. Security cameras are another IoT item that will alert you if there is any unwelcome activity at night. Smart fridges will also alert you if there is a scarcity of drinking milk, and sensor doors that open based on your sound and facial recognition. Guess what, if a firm compromises on security in order to save money and space, it will have an impact on all of the physical items with which you interact on a daily basis in the IoT age. Modern automobiles also use sensors, and if the car sensors and algorithms are hacked, your life is in danger. In today's healthcare, several sensors are utilized to provide reports to doctors if a patient's life is in danger due to a targeted attack. Not only in the healthcare sector is IoT security more important; in business, criminals may acquire your bank data and make unauthorized activities. Indeed, these sorts of cyberattacks are the most harmful to huge corporations, as demonstrated by one event from US history, which occurred in 2013; a gang of attackers stole \$160 million through credit cards. The key contribution of this research is that we have enlarged on the many security challenges associated to the IoT layered infrastructures and some of the IoT age applications.

Simply said, in today's technology day, anything is vulnerable to cyberattack and might pose a hazard.

## **2. IOT SECURITY:**

Because of the billions of IoT smart device communications, IoT security is the most important and difficult challenge for the research community. Because IoT is in its early stages and demand for smart devices is increasing, manufacturers are overlooking security aspects and delivering vulnerable devices to the market. As a result, attackers are easily targeting the devices and performing a large number of DDoS and other types of attacks to steal user personal information and data from IoT devices.

### **2.1. Physical Assaults:**

Physical attacks are those in which the attackers rely on the system hardware rather than software.



- **Node Tampering:** In this sort of assault, the attackers physically or electrically harm the sensor nodes in order to gain access and edit vital information, such as confessing the shared crypto keys, which may damage the entire sensor network.
- **Malicious Node Injection:** In this sort of attack, the attackers install the malicious node between two or more nodes and monitor the traffic between the nodes. This form of attack is sometimes referred to as a Man in the Middle-Attack.
- **Malicious Code Injection:** In this sort of attack, attackers attempt to insert malicious code into the node's memory. As IoT device software updates in the open, attackers will be able to introduce malicious code into the system, allowing the attacker to seize total control of the IoT system.
- **Sleep Deprivation:** Because most IoT devices rely on batteries for electricity, they must adhere to the sleep cycle in order to last as long as possible. In a sleep deprivation attack, the attacker keeps the devices active, which consumes more battery life and causes the devices to shut down.
- **Physical Damage:** As the name implies, in this form of assault, the attackers attempt to obtain data by physical acts. Attackers begin by searching through organization garbage bins for information such as date of birth and security numbers for confirming computer passwords.
- **Social Engineering:** In these attacks, the attackers target people rather than computer systems in order to obtain information. Attackers are attempting to mold the target into a bogus network and engage in harmful operations in order to get data.

## **2.2. Software Assaults:**

In these sorts of attacks, the attackers utilize viruses, spyware, and other harmful software to steal data or refuse service.

- **Viruses, Worms, and Spywares:** Attackers are attempting to transmit certain harmful files as an email attachment so that when the receiver gets the email and downloads the attachment or other files from the internet,
- the system will be harmed. To identify these sorts of assaults, several technologies such as firewalls, antivirus, and other detection systems offered by researchers can be utilized.
- **Malicious scripts:** In this sort of attack, the adversary uses malicious scripts in conjunction with the standard query. When standard queries are executed, the scripts execute automatically, posing a risk to the users. According to the Imperva Web Application Attack Report (WAAR) round, about 96.15 percent of Web assaults were carried out.
- **Phishing attack:** This sort of attack is commonly used to steal the user's sensitive information such as credit card numbers, email passwords, and so on. Emails or websites are utilized in this form of assault. Adversary creates phishing sites that seem just like the originals and tracks users. The enemy can make advantage of emails, websites, and phone calls.
- **DoS Attack:** A denial of service attack occurs when an adversary sends unexpected traffic to a system, rendering the resources inaccessible to other users. The attacker can potentially deceive the data and modify it for resending in a denial-of-service attack.

### **2.3. Network Assaults:**

Because IoT devices move about and are connected to the internet, they are more vulnerable to attacks. Some network attacks are addressed further below.

- **Traffic Analysis:** The adversary attempts to get the packet pattern and modify the contents in this sort of attack. Although certain packets are encrypted, we cannot assume that they are secure against assaults.
- **RFID Cloning:** This sort of assault uses tags to depict specific tags, which might lead to unmanageable dangers.
- **RFID Unauthorized Access:** Because RFID tags are responsible for sending and receiving data using distinct signals, there is a greater potential that someone will put the RFID card reader and steal the data.
- **RFID spoofing:** RFID tags are not physically reproduced in this sort of assault. In a spoofing assault, the adversary uses customized equipment with additional functionalities capable of mirroring RFID tags in order to get data. The enemy is attempting to gain access to the original RFID tag and will do so by any means necessary. Using this strategy, the adversary gains complete access to data channels as the original tag.
- **Sinkhole Assault:** In this attack, the adversary attempts to install a malicious node between the actual nodes in order to broadcast the bogus routes through the RPL routing protocol in IoT. As a result, the attacker node is responsible for the majority of the hops. This sort of assault will also have an impact on the performance of IoT devices.
- **MITM Attack:** The adversary sits between the nodes and interprets the communication between the two parties in this form of attack. When the sender sends information, the adversary receives it and modifies it before transferring it to the recipient rather than the real value. When the recipient responds, the opponent follows suit and responds to the sender. Most of the time, this sort of attack is used to obtain credit card login information or other personal information.
- **Routing Information Attack:** In this sort of attack, the adversary attempts to redirect traffic straight through a bogus route in order to obtain access to sensitive data.

### **2.4. Encryption Attacks:**

In this form of attack, the adversary attempts to get access to the plain text by various means such as stealing the key, discovering flaws in the code, cryptographic protocol problems, and so on.

- **Side channels attack:** In this sort of attack, the adversary targets physical security implementations in order to leak personal and sensitive data. This type of assault has grown in popularity in recent years.
- **Cryptanalysis attack:** In this form of assault, attackers attempt to discover flaws in crypto algorithms and infer crypto keys.
- **MITM Attack:** A man in the middle attack in which the attacker attempts to steal public value. Instead of using the original public value, the attackers create their own keys and transmit them to the recipient in reply states.

### 3. APPLICATION AREAS OF IoT:

Security and privacy are critical criteria for any IoT devices and apps that are already in use or will be in the near future. With the fast advancement of technology, the use of IoT applications is growing by the day. All manufacturers are working to improve device security, but some applications are extremely sensitive, particularly in the health care system, and hence necessitate stringent security standards. The following are some examples of IoT applications.

- **Smart Houses:** Smart homes are now the most useful and efficient IoT application. According to the study, consumers looked for smart house 60,000 times. Another important note is that approximately 256 firms are engaged in smart home products and startups and are currently bulleting the features for IoT Uses, which aids IoT in quick expansion.
- **Smart Cities:** Another IoT application that is gaining popularity throughout the world is smart cities.
- **One of the most common and sensible applications of IoT in the health system.** As we look into the system, wireless sensors are being placed in the patient's body and connected to the cloud in order to relay patient information to the doctor. If we look at the opposite side, if the doctor got genuine information and referred the medicine, and it was hacked in some manner, and the enemy modified the medicine report, it is also a big danger for the patient.
- **Security and Emergencies:** Another use in the IoT system is security and emergencies. Today, most army operations, particularly in the demining field, employ most of the machinery for such a work, and they also install wireless sensors to prevent illegal entry to banned areas. Wireless sensors are deployed in most buildings to monitor burglar activity, manage lighting and water systems, and much more.

### 4. IOT SECURITY:

As we discussed some of the security challenges in the previous part, we will now discuss some of the methods for safeguarding IoT applications and the environment in this area. Edge computing, fog computing, blockchain, and machine learning are the four key strategies for defending the IoT ecosystem. The following are some in-depth explanations of the approaches mentioned.

- **Fog Computing for IoT Security:** The majority of users and gadgets in the internet of things are portable, and data is kept in cloud computing. As a result, there are additional issues to solve, such as security, power consumption, bandwidth, and dependability. The authors of developed three levels of architecture to operate between the transmitter and recipient to tackle storage, processing overhead, limited resources, and security and privacy challenges in (G.Zhuo, Q.Jia, L.Guo, M.Li, & Pan Li, 2016). (Zhang, J., Li, Q., Wang, X., 2018) adds the COLOR + technique, which is used to execute the majority of the calculation on the terminal node. COLOR + is also used to detect spammers based on suspension.
- **Machine Learning for IoT Security:** As previously stated, Dos attacks are one of the most common techniques of stealing data in the IoT environment. The Multi-Layer Perceptron (MLP) is utilized to protect against such significant attacks. The authors of (R.V. Kulkarni, G.K.Venayagamoorthy, 2009) introduced particle swarm optimization using the back propagation technique to improve wireless network security. Eavesdropping is another sort of attack that has emerged in IoT. During the communication, the adversary may

drop packets. To protect against this form of assault, machine learning approaches like Q-learning-based offloading strategies or non-parametric Bayesian techniques might be applied.

- **Edge Computing for IoT Security:** As with edge computing, data transfer occurs within the network or within the device. When compared to fog computing, data movement is reduced, which reduces security concerns. Another concern is data compliance in some nations, which refuse to exchange data with other countries and impose limits on it. As a result of adopting edge computing, the data compliance problem will be solved. Another issue that is addressed by edge computing is the question of safety. If the user does not have a fast internet connection, everything will be transferred to the cloud and will wait for a response, which may jeopardize a person's or group's safety.
- **Block chain approaches for IoT security:** Blockchain technology is the most significant advancement in IoT security. Which focuses solely on the secure application of IoT? In a nutshell, Blockchain is a transactional database that stores all transactions as hashes. In (O. Novo, 2018), the author offers a novel access control system that moderates the different concerns associated with IoT devices. The paper's approach is decentralized and built on Blockchain technology. As a single point system is one of the major difficulties in the IoT ecosystem, the (P.LV, L. WANG, H.ZHU, W. DENG, and L.Gu, 2019) author has presented a novel decentralized method for IoT called privacy-preserving publish/subscribe utilizing Blockchain technology.

## CONCLUSION

In this article, we emphasized on the security dangers to IoT devices pertaining to several IoT layers, such as physical, software, network, and encryption levels. We've also spoken about several IoT applications. We anticipate that this survey will be useful for IoT researchers and manufacturers in improving the security level of future IoT gadgets.

## REFERENCES

1. A. Jain, B. Sharma, & P.Gupta. (2016). INTERNET OF THINGS: ARCHITECTURE, SECURITY GOALS, AND CHALLENGES- A SURVEY.
2. B.Yong, X.Liu, Q.Yu, L.Huang,&Q.Zhou. (2019). Malicious Web traffic detection for Internet of Things environments.
3. C.Pu. (2019). Spam DIS Attack Against Routing Protocol in the Internet of Things`.
4. D. Sopori, T. Pawar, M.Patil, & R.Ravindran. (2017). Internet of Things: Security Threats.
5. F.Kausar, S.Alzaydi, S.Aljumah, & R.Alroba . (2019). Traffic Analysis Attack for Identifying Users' Online Activities.
6. G. Prensankar, M. Di Francesco, and T. Taleb. (2018). Edge Computing for the Internet of Things: A Case Study.
7. G. Zhuo, Q. Jia, L.Guo, M.Li, & Pan Li. (2016). Privacy-preserving Verifiable Data Aggregation and Analysis for Cloud-assisted Mobile Verifiable Data Aggregation and Analysis for Cloud-assisted Mobile .
8. J. Sens. Actuator Netw. (2019). Journal of Sensor and Actuator network. MDPI.
9. J. Deogirakar, & A. Vidhate. (2017). Security Attacks in IoT: A Survey.
10. L. Rosencrance. (2018). 6 significant issues that edge computing in IoT solves.
11. L.Xiao, C.Xie, T.Chen, H.Dai H. V.Poor. (2016). A Mobile Offloadin Game Against Smart Attacks.
12. M.Stoyanova, Y.Nikoloudakis, S. Panagiotakis, E.Pallis, & E. K. Markakis. (2020). A Survey on the Internet of Things (IoT) Forensics: Challenges, Approaches and Open Issues.
13. N.Abbas, Y.Zhang, A.Taherkordi, and T.Skeie. (2018). Mobile Edge Computing: A Survey.
14. N.Naher, Asaduzzaman, M.M Haque. (2018). Authentication of Diffie-Hellman Protocol Against Man-in-the-Middle Attack Using Cryptographically Secure CRC.
15. O. Novo. (2018). Blockchain Meets IoT: an Architecture for Scalable Access Management in IoT.

## INSTRUCTIONS FOR AUTHORS

1. "The Baku Engineering University Mathematics and Computer Science" accepts original unpublished articles and reviews in the research field of the author.
2. Articles are accepted in English.
3. File format should be compatible with **Microsoft Word** and must be sent to the electronic mail ([journal@beu.edu.az](mailto:journal@beu.edu.az)) of the Journal. The submitted article should follow the following format:
  - Article title, author's name and surname
  - The name of workplace
  - Mail address
  - Abstract and key words
4. The title of the article should be in each of the three languages of the abstract and should be centred on the page and in bold capitals before each summary.
5. **The abstract** should be written in **9 point** type size, between **100** and **150** words. The abstract should be written in the language of the text and in two more languages given above. The abstracts of the article written in each of the three languages should correspond to one another. The keywords should be written in two more languages besides the language of the article and should be at least three words.
6. **.UDC** and **PACS** index should be used in the article.
7. The article must consist of the followings:
  - Introduction
  - Research method and research
  - Discussion of research method and its results
  - In case the reference is in Russian it must be given in the Latin alphabet with the original language shown in brackets.
8. **Figures, pictures, graphics and tables** must be of publishing quality and inside the text. Figures, pictures and graphics should be captioned underneath, tables should be captioned above.
9. **References** should be given in square brackets in the text and listed according to the order inside the text at the end of the article. In order to cite the same reference twice or more, the appropriate pages should be given while keeping the numerical order. For example: [7, p.15].

Information about each of the given references should be full, clear and accurate. The bibliographic description of the reference should be cited according to its type (monograph, textbook, scientific research paper and etc.) While citing to scientific research articles, materials of symposiums, conferences and other popular scientific events, the name of the article, lecture or paper should be given.

**Samples:**

  - a) **Article:** Demukhamedova S.D., Aliyeva İ.N., Godjayev N.M.. *Spatial and electronic structure of monomerrik and dimeric conapeetes of carnosine üith zinc*, Journal of structural Chemistry, Vol.51, No.5, p.824-832, 2010
  - b) **Book:** Christie ohn Geankoplis. *Transport Processes and Separation Process Principles*. Fourth Edition, Prentice Hall, p.386-398, 2002
  - c) **Conference paper:** Sadychov F.S., Aydın C., Ahmedov A.İ.. Appligation of Information – Commu-nication Technologies in Science and education. II International Conference."Higher Twist Effects In Photon- Proton Collisions", Baki, 01-03 Noyabr, 2007, ss 384-391

References should be in 9-point type size.
10. The margins sizes of the page: - Top 2.8 cm. bottom 2.8 cm. left 2.5 cm, right 2.5 cm. The article main text should be written in Palatino Linotype 11 point type size single-spaced. Paragraph spacing should be 6 point.
11. The maximum number of pages for an article should not exceed 15 pages
12. The decision to publish a given article is made through the following procedures:
  - The article is sent to at least to experts.
  - The article is sent back to the author to make amendments upon the recommendations of referees.
  - After author makes amendments upon the recommendations of referees the article can be sent for the publication by the Editorial Board of the journal.

## YAZI VƏ NƏŞR QAYDALARI

1. "Journal of Baku Engineering University- Riyaziyyat və kompüter elmləri" - əvvəllər nəşr olunmamış orijinal əsərləri və müəllifin tədqiqat sahəsi üzrə yazılmış icmal məqalələri qəbul edir.
  2. Məqalələr İngilis dilində qəbul edilir.
  3. Yazılar **Microsoft Word** yazı proqramında, (**journal@beu.edu.az**) ünvanına göndərməlidir. Göndərilən məqalələrdə aşağıdakılara nəzərə alınmalıdır:
    - Məqalənin başlığı, müəllifin adı, soyadı,
    - İş yeri,
    - Elektron ünvanı,
    - Xülasə və açar sözlər.
  4. **Məqalədə başlıq hər xülasədən əvvəl** ortada, qara və böyük hərflə xülasələrin yazıldığı hər üç dildə olmalıdır.
  5. **Xülasə** 100-150 söz aralığında olmaqla, 9 punto yazı tipi böyüklüyündə, məqalənin yazıldığı dildə və bundan əlavə yuxarıda göstərilən iki dildə olmalıdır. Məqalənin hər üç dildə yazılmış xülasəsi bir-birinin eyni olmalıdır. Açar sözlər uyğun xülasələrin sonunda onun yazıldığı dildə verilməklə ən azı üç sözdən ibarət olmalıdır.
  6. Məqalədə UOT və PACS kodları göstərməlidir.
  7. Məqalə aşağıdakılardan ibarət olmalıdır:
    - Giriş,
    - Tədqiqat metodu
    - Tədqiqat işinin müzakirəsi və onun nəticələri,
    - İstinad ədəbiyyatı rus dilində olduğu halda orijinal dili mötəzə içərisində göstərməklə yalnız Latın əlifbası ilə verilməlidir.
  8. **Şəkil, rəsm, grafik** və **cədvəllər** çapda düzgün, aydın çıxacaq vəziyyətdə və mətn içərisində olmalıdır. Şəkil, rəsm və grafiklərin yazıları onların altında yazılmalıdır. Cədvəllərdə başlıq cədvəlün üstündə yazılmalıdır.
  9. **Mənbələr** mətn içərisində kvadrat mötərizə daxilində göstərməklə məqalənin sonunda mətn daxilindəki sıra ilə düzəlməlidir. Eyni mənbəyə iki və daha çox istinad edildikdə əvvəlki sıra sayı saxlanmaqla müvafiq səhifələr göstərməlidir. Məsələn: [7,səh.15].

Ədəbiyyat siyahısında verilən hər bir istinad haqqında məlumat tam və dəqiq olmalıdır. İstinad olunan mənbənin biblioqrafik təsviri onun növündən (monoqrafiya, dərslik, elmi məqalə və s.) asılı olaraq verilməlidir. Elmi məqalələrə, simpozium, konfrans, və digər nüfuzlu elmi tədbirlərin materiallarına və ya tezislərinə istinad edərkən məqalənin, məruzənin və ya tezisnin adı göstərməlidir.
- Nümunələr:**
- a) **Məqalə:** Demukhamedova S.D., Aliyeva İ.N., Godjayev N.M.. *Spatial and electronic structure of monomeric and dimeric complexes of carnosine with zinc*, Journal of structural Chemistry, Vol.51, No.5, p.824-832, 2010
  - b) **Kitab:** Christie ohn Geankoplis. *Transport Processes and Separation Process Principles*. Fourth Edition, Prentice Hall, 2002
  - c) **Konfrans:** Sadychov F.S., Aydın C., Ahmedov A.İ.. Appligation of Information-Communication Technologies in Science and education. II International Conference. "Higher Twist Effects In Photon- Proton Collisions", Baki, 01-03 Noyabr, 2007, ss 384-391
- Mənbələr 9 punto yazı tipi böyüklüyündə olmalıdır.
10. **Səhifə ölçüləri:** üstdən 2.8 sm, altdan 2.8 sm, soldan 2.5 sm və sağdan 2.5 sm olmalıdır. Mətn 11 punto yazı tipi böyüklüyündə, **Palatino Linotype** yazı tipi ilə və tək simvol aralığında yazılmalıdır. Paraqraflar arasında 6 punto yazı tipi aralığında məsafə olmalıdır.
  11. Orijinal tədqiqat əsərlərinin tam mətni bir qayda olaraq 15 səhifədən artıq olmamalıdır.
  12. Məqalənin nəşrə təqdimi aşağıdakı qaydada aparılır:
    - Hər məqalə ən azı iki ekspertə göndərilir.
    - Ekspertlərin tövsiyələrini nəzərə almaq üçün məqalə müəllifə göndərilir.
    - Məqalə, ekspertlərin tənqidi qeydləri müəllif tərəfindən nəzərə alındıqdan sonra Jurnalın Redaksiya Heyəti tərəfindən çapa təqdim oluna bilər.

## YAZIM KURALLARI

1. "Journal of Baku Engineering University- Matematik ve Bilgisayar Bilimleri" önceler yayımlanmamış orijinal çalışmaları ve yazarın kendi araştırma alanın-da yazılmış derleme makaleleri kabul etmektedir.
2. Makaleler İngilizce kabul edilir.
3. Makaleler Microsoft Word yazı programında, (**journal@beu.edu.az**) adresine gönderilmelidir. Gönderilen makalelerde şunlar dikkate alınmalıdır:
  - Makalenin başlığı, yazarın adı, soyadı,
  - İş yeri,
  - E-posta adresi,
  - Özet ve anahtar kelimeler.
4. **Özet** 100-150 kelime arasında olup 9 font büyüklüğünde, makalenin yazıldığı dilde ve yukarıda belirtilen iki dilde olmalıdır. Makalenin her üç dilde yazılmış özeti birbirinin aynı olmalıdır. Anahtar kelimeler uygun özeti sonunda onun yazıldığı dilde verilmekle en az üç sözcükten oluşmalıdır.
5. Makalede UOT ve PACS tipli kodlar gösterilmelidir.
6. Makale şunlardan oluşmalıdır:
  - Giriş,
  - Araştırma yöntemi
  - Araştırma
  - Tartışma ve sonuçlar,
  - İstinat Edebiyatı Rusça olduğu halde orijinal dili parantez içerisinde göstermekle yalnız Latin alfabesi ile verilmelidir.
7. **Şekil, Resim, Grafik** ve **Tablolar** baskıda düzgün çıkacak nitelikte ve metin içerisinde olmalıdır. Şekil, Resim ve grafiklerin yazıları onların alt kısmında yer almalıdır. Tablolarda ise başlık, tablonun üst kısmında bulunmalıdır.
8. **Kullanılan kaynaklar**, metin dâhilinde köşeli parantez içerisinde numaralandırılmalı, aynı sırayla metin sonunda gösterilmelidir. Aynı kaynaklara tekrar başvurulduğunda sıra muhafaza edilmelidir. Örneğin: [7,seh.15]. Referans verilen her bir kaynağın künyesi tam ve kesin olmalıdır. Referans gösterilen kaynağın türü de eserin türüne (monografi, derslik, ilmi makale vs.) uygun olarak verilmelidir. İlimi makalelere, sempozyum, ve konferanslara müracaat ederken makalenin, bildirinin veya bildiri özetlerinin adı da gösterilmelidir.

### Örnekler:

- a) **Makale:** Demukhamedova S.D., Aliyeva İ.N., Godjajev N.M.. *Spatial and Electronic Structure of Monomeric and Dimeric Conapeetes of Carnosine Üith Zinc*, Journal of Structural Chemistry, Vol.51, No.5, p.824-832, 2010
- b) **Kitap:** Christie ohn Geankoplis. *Transport Processes and Separation Process Principles*. Fourth Edition, Prentice Hall, p.386-398, 2002
- c) **Kongre:** Sadychov F.S., Aydın C., Ahmedov A.İ. Appligation of Information-Communication Technologies in Science and education. II International Conference. "*Higher Twist Effects In Photon- Proton Collisions*", Baki, 01-03 Noyabr, 2007, ss 384-391

Kaynakların büyüklüğü 9 punto olmalıdır.

9. **Sayfa ölçüleri**; üst: 2.8 cm, alt: 2.8 cm, sol: 2.5 cm, sağ: 2.5 cm şeklinde olmalıdır. Metin 11 punto büyüklükte **Palatino Linotype** fontu ile ve tek aralıkta yazılmalıdır. Paragraflar arasında 6 puntoluk yazı mesafesinde olmalıdır.
10. Orijinal araştırma eserlerinin tam metni 15 sayfadan fazla olmamalıdır.
11. Makaleler dergi editör kurulunun kararı ile yayımlanır. Editörler makaleyi düzeltme için yazara geri gönderebilir.
12. Makalenin yayına sunuşu aşağıdaki şekilde yapılır:
  - Her makale en az iki uzmana gönderilir.
  - Uzmanların tavsiyelerini dikkate almak için makale yazara gönderilir.
  - Makale, uzmanların eleştirel notları yazar tarafından dikkate alındıktan sonra Derginin Yayın Kurulu tarafından yayına sunulabilir.
13. Azerbaycan dışından gönderilen ve yayımlanacak olan makaleler için,(derginin kendilerine gönderilmesi zamanı posta karşılığı) 30 ABD Doları veya karşılığı TL, T.C. Ziraat Bankası/Üsküdar-İstanbul 0403 0050 5917 No'lu hesaba yatırılmalı ve makbuzu üniversitemize fakslanmalıdır.

## ПРАВИЛА ДЛЯ АВТОРОВ

1. «Journal of Baku Engineering University» - Математики и информатики публикует оригинальные, научные статьи из области исследования автора и ранее не опубликованные.
2. Статьи принимаются на английском языке.
3. Рукописи должны быть набраны согласно программы **Microsoft Word** и отправлены на электронный адрес ([journal@beu.edu.az](mailto:journal@beu.edu.az)). Отправляемые статьи должны учитывать следующие правила:
  - Название статьи, имя и фамилия авторов
  - Место работы
  - Электронный адрес
  - Аннотация и ключевые слова
4. **Заглавие статьи** пишется для каждой аннотации заглавными буквами, жирными буквами и располагается по центру. Заглавие и аннотации должны быть представлены на трех языках.
5. **Аннотация**, написанная на языке представленной статьи, должна содержать 100-150 слов, набранных шрифтом 9 punto. Кроме того, представляются аннотации на двух других выше указанных языках, перевод которых соответствует содержанию оригинала. Ключевые слова должны быть представлены после каждой аннотации на его языке и содержать не менее 3-х слов.
6. В статье должны быть указаны коды UOT и PACS.
7. Представленные статьи должны содержать:
  - Введение
  - Метод исследования
  - Обсуждение результатов исследования и выводов.
  - Если ссылаются на работу на русском языке, тогда оригинальный язык указывается в скобках, а ссылка дается только на латинском алфавите.
8. **Рисунки, картинки, графики и таблицы** должны быть четко выполнены и размещены внутри статьи. Подписи к рисункам размещаются под рисунком, картинкой или графиком. Название таблицы пишется над таблицей.
9. **Ссылки** на источники даются в тексте цифрой в квадратных скобках и располагаются в конце статьи в порядке цитирования в тексте. Если на один и тот же источник ссылаются два и более раз, необходимо указать соответствующую страницу, сохраняя порядковый номер цитирования. Например: [7, стр.15]. Библиографическое описание ссылаемой литературы должно быть проведено с учетом типа источника (монография, учебник, научная статья и др.). При ссылке на научную статью, материалы симпозиума, конференции или других значимых научных мероприятий должны быть указаны название статьи, доклада или тезиса.

### Например:

- a) **Статья:** Demukhamedova S.D., Aliyeva I.N., Godjajev N.M. *Spatial and electronic structure of monomeric and dimeric complexes of carnosine with zinc*, Journal of Structural Chemistry, Vol.51, No.5, p.824-832, 2010
- b) **Книга:** Christie on Geankoplis. *Transport Processes and Separation Process Principles*. Fourth Edition, Prentice Hall, 2002
- c) **Конференция:** Sadychov F.S, Fydin C, Ahmedov A.I. Application of Information-Communication Nechnologies in Science and education. II International Conference. *"Higher Twist Effects In Photon-Proton Collision"*, Baki, 01-03 Noyabr, 2007, ss.384-391

Список цитированной литературы набирается шрифтом 9 punto.

10. **Размеры страницы:** сверху 2.8 см, снизу 2.8 см, слева 2.5 и справа 2.5. Текст печатается шрифтом **Palatino Linotype**, размер шрифта 11 punto, интервал-одинарный. Параграфы должны быть разделены расстоянием, соответствующим интервалу 6 punto.
11. Полный объем оригинальной статьи, как правило, не должен превышать 15 страниц.
12. Представление статьи к печати производится в ниже указанном порядке:
  - Каждая статья посылается не менее двум экспертам.
  - Статья посылается автору для учета замечаний экспертов.
  - Статья, после того, как автор учел замечания экспертов, редакционной коллегией журнала может быть рекомендована к печати.